

## Лабораторная работа № 2

### «Нелинейные преобразования случайных величин»

В лабораторной работе исследуются распределения случайных величин при использовании нелинейных преобразователей вида:

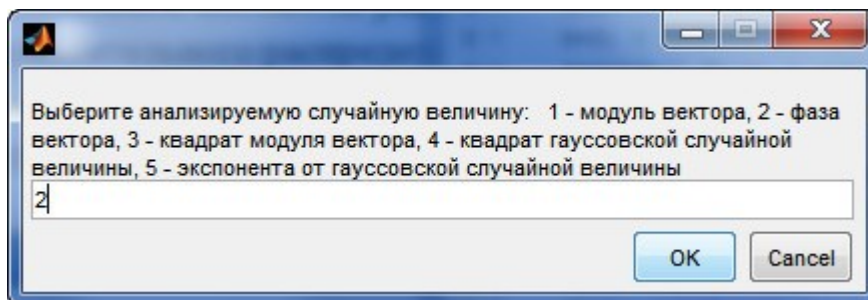
- 1 – линейный амплитудный детектор (распределение модуля вектора с нормально распределенными квадратурными компонентами);
- 2 – фазовый детектор (распределение фазы вектора с нормально распределенными квадратурными компонентами);
- 3 – квадратичный детектор (распределение мощности вектора с нормально распределенными квадратурными компонентами);
- 4 – квадрат (распределение квадрата нормально распределенной случайной величины);
- 5 – экспоненциальный преобразователь (распределение экспоненты от нормально распределенной случайной величины).

Для анализа распределений, получающихся в результате перечисленных преобразований, используется программное средство интерактивной аппроксимации распределения случайных величины по результатам статистических испытаний **dffitool** набора инструментов “Statistics Toolbox” пакета MATLAB.

Окно программы dffitool вызывается из скрипта, текст которого необходимо ввести в редакторе текстов Matlab.

```
% Преобразования случайных величин
clear all
N=10000; % Размер выборки
a=0 % Смещение распределения по оси X
b=0 % Смещение распределения по оси Y
x=randn(1,N)+a; % выборка гауссовых сл. величин x
y=randn(1,N)+b; % выборка гауссовых сл. величин y
z2 = x.*x+y.*y;
z=sqrt(z2); % Модуль вектора
phi=atan2(y,x)*180/pi; % Фаза вектора
x2 = x.*x;
expx = exp(x);
str1= ['Выберите анализируемую случайную величину: ' ...
      '1 - модуль вектора, 2 - фаза вектора, ' ...
      '3 - квадрат модуля вектора, ' ...
      '4 - квадрат гауссовской случайной величины, ' ...
      '5 - экспонента от гауссовской случайной величины '];
answ = inputdlg(str1);
ind =str2num(answ{1});
switch ind
    case 1
        dffitool(z);
    case 2
        dffitool(phi);
    case 3
        dffitool(z2);
    case 4
        dffitool(x2);
    case 5
        dffitool(expx);
end
```

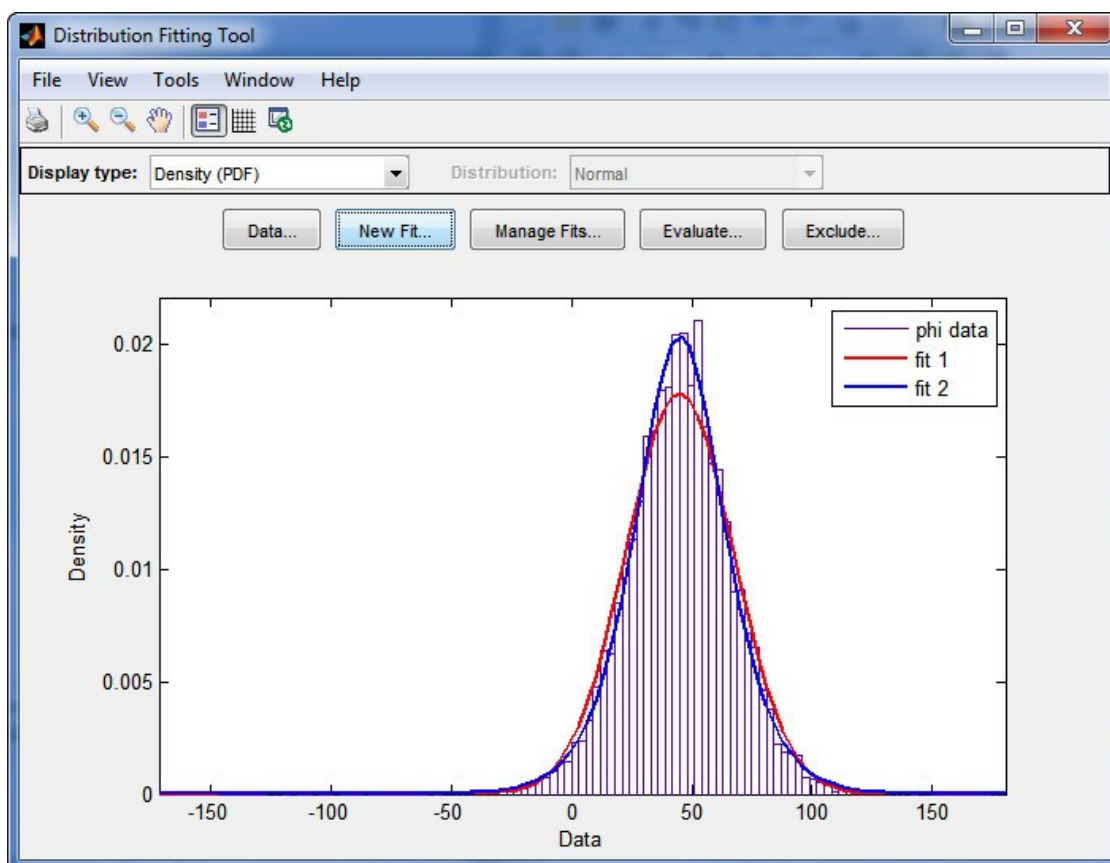
Первоначально смещение  $a$  и  $b$  исходных гауссовских случайных величин  $x$  и  $y$  полагаются равными нулю. Во второй серии экспериментов рекомендуется брать  $a=2$ ,  $b=2$ . Вид диалогового окна выбора вида преобразователя представлен на рисунке 1.



**Рисунок 1**

Для каждого из пяти преобразователей с помощью средства dfittool подбирается наиболее подходящая аппроксимация экспериментальной плотности распределения вероятностей (pdf), и оцениваются параметры экспериментального распределения.

Вид окна программы dfittool с экспериментальной гистограммой и двумя аппроксимирующими плотностями вероятностей показана на рисунке 2.



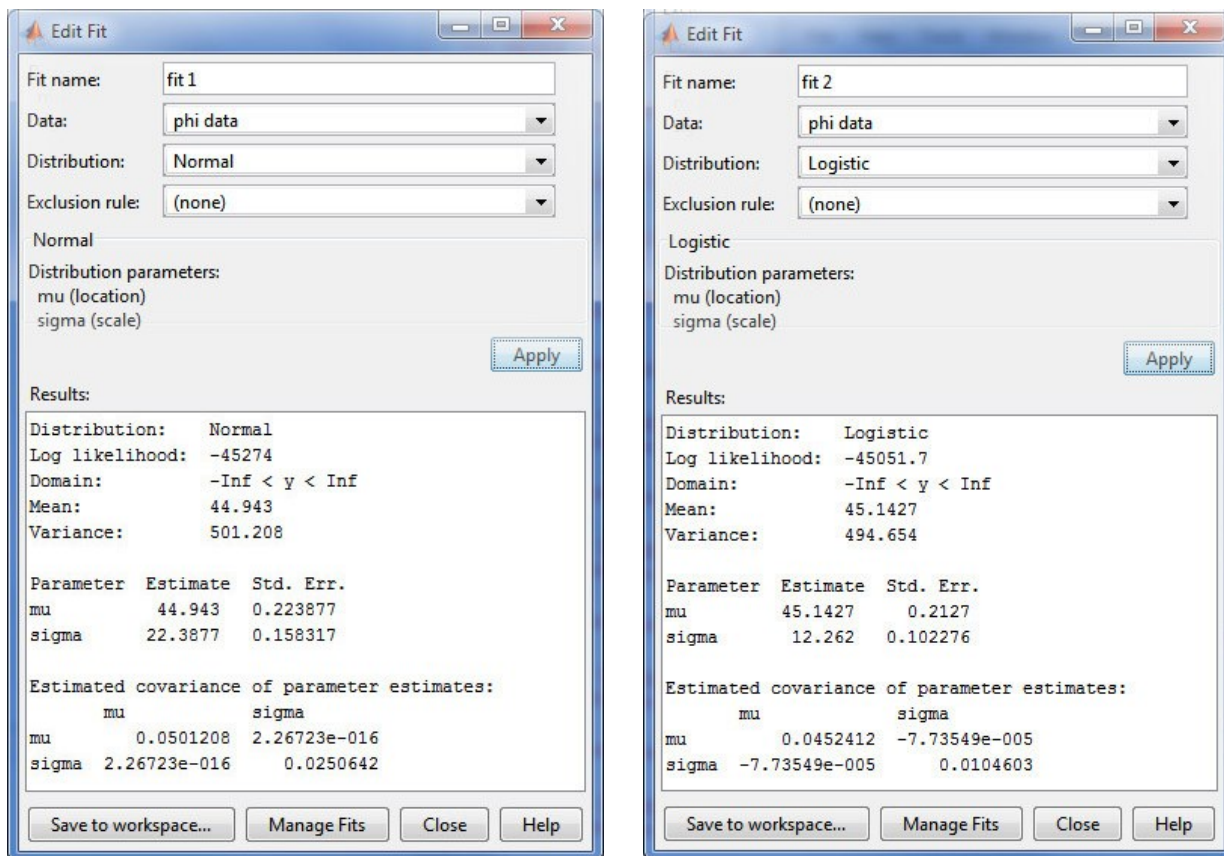
**Рисунок 2. Окно программы dfittool**

Точность аппроксимации можно оценивать по значению логарифма отношения правдоподобия (Log likelihood):

$$\ln[ L(\mu, \sigma) ] = \sum_{i=1}^N \ln[w(z_i | \mu, \sigma)],$$

где  $w(z_i|\mu, \sigma)$  – условная плотность распределения статистики  $z$  на выходе нелинейного преобразователя;  $\mu$  и  $\sigma$  - параметры ожидаемого распределения. Программа dfittool выполняет автоматический поиск значений  $\mu$  и  $\sigma$ , максимизирующих функцию правдоподобия для конкретной реализации  $z_i$ .

Вид окон программы dfittool с параметрами аппроксимирующих распределений показан на рисунке 3.



**Рисунок 3. Окна параметров аппроксимирующих распределений**

Как видно из данных, отображенных в окнах логистическое распределение лучше аппроксимирует экспериментальную гистограмму статистики phi data поскольку логарифм отношения правдоподобия (Log likelihood) для него больше (меньше по модулю), чем при аппроксимации нормальным распределением.

### Содержание отчета

- Графики гистограмм распределения случайных величин на выходе всех преобразователей для случая нулевых и ненулевых смещений  $a$  и  $b$ ;
- графики наилучших аппроксимирующих кривых плотностей вероятностей;
- параметры наилучших аппроксимирующих кривых;
- выводы по результатам экспериментов.