# Борьба с активными помехами

## Устройство подавления с деформацией ДНА

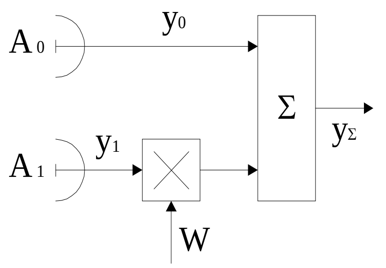


Рис. 1. Структурная схема устройства формирования провала в ДНА

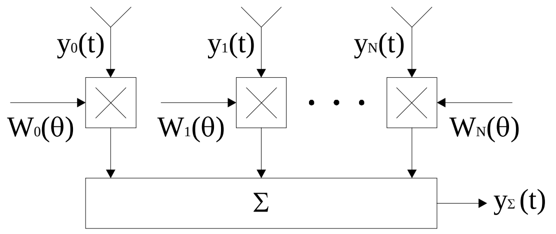


Рис. 2. Схема пространственной обработки для подавления нескольких ($N$) помех

$f_\Sigma(\theta) = f_0(\theta) + W f_1(\theta)$. Из условия $f_\Sigma(\theta_1) = 0$ находим $W = -f_0(\theta_1)/f_1(\theta_1) = W(\theta_1)$.

## Устройства компенсации помех

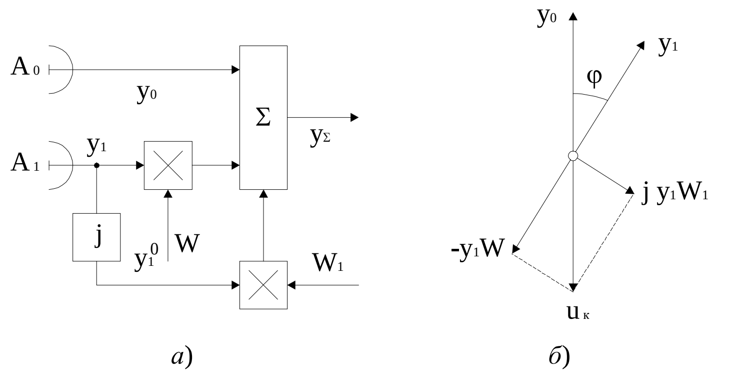


Рис. 3. Структурная схема (*а*) и векторная диаграмма сигналов (*б*) компенсатора активной помехи

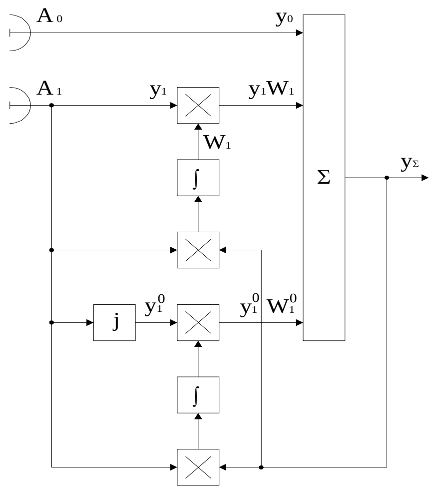


Рис. 4. Структурная схема компенсатора активной помехи с корреляционными обратными связями

$$\mathbf{y}_\Sigma = y_0 + y_1 W + y_1^0 W_1, \quad \text{где } y_1^0 = j y_1.$$

Весовые коэффициенты. $W = -K_k \mathrm{M}\{y_1 y_\Sigma\}$ и $W_1 = -K_k \mathrm{M}\{y_1^0 y_\Sigma\}$

Проведя усреднение, получим

$$W = -K_k \mathrm{M}\left\{y_0 y_1 + W y_1 y_1 + W_1 y_1^0 y_1\right\} = = -K_k M\{y_0 y_1\} - K_k W \mathrm{M}\{y_1^2\} - K_k W_1 \mathrm{M}\{y_1^0 y_1\}$$

$\mathrm{M}\{y_1^2\} = \sigma_1^2$, а $\mathrm{M}\{y_0 y_1\} = \rho\sigma_0\sigma_1$. $\mathrm{M}\{y_1 y_1^0\} = 0$, Поэтому $W = -K_\text{k}\left[\rho\sigma_0\sigma_1 + W\sigma_1^2\right]$, и

$$W = -K_\text{k}\rho\sigma_0\sigma_1\left[1 + K_\text{k}\sigma_1^2\right]^{-1}. \text{ Аналогично } W_1 = -K_\text{k}\rho^0\sigma_0\sigma_1^0\left[1 + K_\text{k}\left(\sigma_1^0\right)^2\right]^{-1} \tag{1}$$

где $\rho^0 = \mathrm{M}\{y_0 y_1^0\}\left[\sigma_0\sigma_1^0\right]^{-1}$. При $K_k \gg 1$ имеем $W = -\rho\sigma_0/\sigma_1$ и $W_1 = -\rho^0\sigma_0/\sigma_1^0$.

Квадратурный компенсатор с корреляционными обратными связями (рис. 4), должен обеспечить минимум среднего квадрата напряжения (мощности) помехи $\sigma_\Sigma^2$ на выходе:

$$\mathrm{M}\left\{y_\Sigma^2\right\}=\mathrm{M}\left\{\left[y_0+y_1W_1+y_1^0W_1^0\right]^2\right\}=\mathrm{M}\left\{y_0^2\right\}+W_1^2\mathrm{M}\left\{y_1^2\right\}+\left[W_1^0\right]^2\mathrm{M}\left\{\left[y_1^0\right]^2\right\}+2W_1\mathrm{M}\left\{y_0y_1\right\}+$$

$$+2W_1^0\mathrm{M}\left\{y_0y_1^0\right\}+2W_1W_1^0\mathrm{M}\left\{y_1y_1^0\right\}=\sigma_0^2+W_1^2\sigma_1^2+\left[W_1^0\right]^2\left[\sigma_1^0\right]^2+2W_1\rho\sigma_0\sigma_1+2W_1^0\rho^0\sigma_0\sigma_1^0 .$$

Минимум этого выражения по $W_1$ находим из условия

$$\frac{d}{dW_1}\mathrm{M}\left\{y_\Sigma^2\right\}=2W_1\sigma_1^2+2\rho\sigma_0\sigma_1=0,\ \text{откуда}\ W_{1\text{опт}}=-\rho\sigma_0/\sigma_1\ \text{и}\ W_{1\text{опт}}^0=-\rho^0\sigma_0/\sigma_1^0 .$$

Для $W_{1\text{ОПТ}}$ и $W_{1\text{ОПТ}}^0$ минимум $\mathrm{M}\left\{y_\Sigma^2\right\}$ равен $\sigma_\Sigma^2=\sigma_0^2-\rho^2\sigma_0^2-\left(\rho^0\right)^2\sigma_0^2=\sigma_0^2\left[1-\rho^2-\left(\rho^0\right)^2\right]$

Обозначим $\rho^2+\left(\rho^0\right)^2=\left|\dot{\rho}\right|^2$, где $\boldsymbol{\rho}=\rho+j\rho$.

При некоррелированной помехе $\left|\boldsymbol{\rho}\right|^2\to 0$, $k_\Pi\to 1$ и подавления помехи нет.

При $\left|\boldsymbol{\rho}\right|^2\to 1$, $k_\Pi\to\infty$ и подавление помехи максимально.

Весовой коэффициент можно представить в виде $\mathbf{W}_k=W_1+jW_1^0$, где $W_1=\left|W_k\right|\cos\psi=W_k\cos\psi$ и $W_1^0=\left|W_k\right|\sin\psi=W_k\sin\psi$. При этом

$$\left|W\right|=W_k=\left[W_1^2+\left(W_1^0\right)^2\right]^{-1/2}. \qquad (2)$$

**Подавление помех с помощью фазированной антенной решетки**

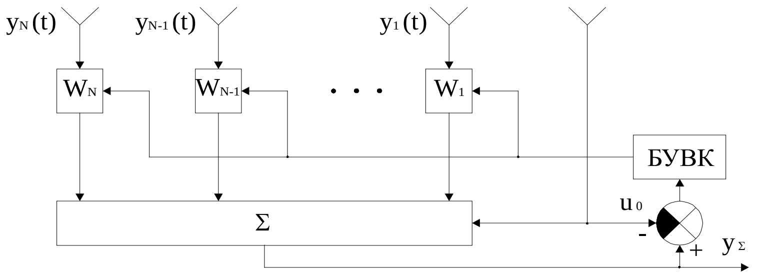


Рис. 5. Схема подавителя помех с корреляционной обратной связью на антенной решетке

Полагаем, что помеха – узкополосный гауссовский случайный процесс.

$$\mathbf{y}_\Sigma(t)=\sum_{i=0}^{N}y_i(t)W_i=\mathbf{Y}^T(t)\mathbf{W}=\mathbf{W}^T\mathbf{Y}(t),$$

$$\text{где}\ \mathbf{Y}(t)=\left[y_1(t),y_2(t).\ .y_N(t)\right]^T,\ \mathbf{W}=\left[W_1,W_2...W_N\right]^T$$

Каждый компонент $(i)$ является вектором-строкой: $\mathbf{y}_i=\left[y_i(t_1),y_i(t_2)...y_i(t_N)\right]$.

Используем критерий минимума СКО $\varepsilon^2=\left[\mathbf{u}_0(t)-\mathbf{y}_\Sigma(t)\right]^2$, где $\mathbf{u}_0$ – вектор опорного сигнала.

$$M\left(\varepsilon^2\right)=M\left\{\left[\mathbf{u}_0(t)-\mathbf{y}_\Sigma(t)\right]^2\right\}=M\left\{\left[\mathbf{u}_0(t)-\mathbf{Y}^T(t)\mathbf{W}\right]^2\right\}\to\min,\ \text{откуда}$$

$$M\left\{\mathbf{u}_0^2+\mathbf{W}^T\mathbf{Y}(t)\mathbf{Y}^T(t)\mathbf{W}-2\mathbf{u}_0(t)\mathbf{W}^T\mathbf{Y}(t)\right\}=$$

$$=\left[M\left\{\left[\mathbf{u}_0(t)\right]^2\right\}+M\left\{\mathbf{W}^T\mathbf{Y}(t)\mathbf{Y}^T(t)\mathbf{W}\right\}\right]-2\mathbf{u}_0(t)M\left\{\mathbf{W}^T\mathbf{Y}(t)\right\}\to\min$$

Введем корреляционную матрицу выборок сигналов источников помех:

$$\mathbf{R}(\mathbf{Y},\mathbf{Y})=M\left\{\mathbf{Y}(t)\mathbf{Y}^T(t)\right\}=\left|\begin{pmatrix}\overline{y_1y_1} & ... & \overline{y_1y_n}\\ ... & ... & ...\\ \overline{y_ny} & ... & \overline{y_ny_n}\end{pmatrix}\right|$$

и вектор-столбец взаимно-корреляционной матрицы опорного сигнала и помех $\mathbf{R}(\mathbf{Y},\mathbf{u}_0)=\mathbf{Y}(t)\mathbf{u}_0(t)$. Условия минимума $\varepsilon^2$ можно отыскать, приравняв нулю градиент искомой матричной величины: $\nabla\left[M(\varepsilon^2)\right]=0$. С учетом того, что $\mathbf{W}^T\mathbf{R}(\mathbf{Y},\mathbf{Y})\mathbf{W}$ – математическое ожидание квадрата скалярного произведения $(\mathbf{W},\mathbf{Y})^2$ и $M\left\{\mathbf{Y}\mathbf{Y}^T\right\}=\mathbf{R}(\mathbf{Y},\mathbf{Y})$, градиент от нее выражается как $\nabla_W\left[\mathbf{W}^T\mathbf{R}(\mathbf{Y},\mathbf{Y})\mathbf{W}\right]=2\mathbf{R}(\mathbf{Y},\mathbf{Y})\mathbf{W}$. Поэтому

$\nabla_W\left[\mathbf{u}_0^2+\mathbf{W}^T\mathbf{R}(\mathbf{Y},\mathbf{Y})\mathbf{W}-2\mathbf{W}^T\mathbf{R}(\mathbf{Y},\mathbf{u}_0)\right]=2\mathbf{R}(\mathbf{Y},\mathbf{Y})\mathbf{W}-2\mathbf{R}(\mathbf{Y},\mathbf{u}_0)=0$, т.е. $\mathbf{R}(\mathbf{Y},\mathbf{Y})\mathbf{W}=\mathbf{R}(\mathbf{Y},\mathbf{u}_0)$.

Умножая слева на $\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y},\mathbf{Y})$, получим $\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y},\mathbf{Y})\mathbf{R}(\mathbf{Y},\mathbf{Y})\mathbf{W}=\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y},\mathbf{Y})\mathbf{R}(\mathbf{Y},\mathbf{u}_0)$.

В результате $\mathbf{IW}=\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y},\mathbf{Y})\mathbf{R}(\mathbf{Y},\mathbf{u}_0)$, где $\mathbf{I}$ – единичная матрица.

Следовательно, алгоритм определения матрицы оптимальных весовых коэффициентов имеет вид решения уравнения Винера–Хопфа в матричной форме

$$\mathbf{W}_{\text{опт}}=\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y},\mathbf{Y})\mathbf{R}(\mathbf{Y},\mathbf{u}_0). \qquad (3)$$

Матрица $\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y},\mathbf{Y})$ существует, если $\mathbf{R}(\mathbf{Y},\mathbf{Y})$ не вырождена.

При использовании критерия максимума отношения сигнала к помехам оптимальный вектор весовых коэффициентов

$$\mathbf{W}_{\text{опт}}=K\mathbf{R}^{-1}(\mathbf{n}\times\mathbf{n})\mathbf{u}(t),$$

где $K$ – некоторая константа; $n$ – шумовая составляющая входного сигнала.

## Устройства борьбы с комбинированными помехами

Если процесс и на входе приемного тракта состоит из аддитивной смеси собственного белого шума, пассивной гауссовской коррелированной помехи и гауссовской активной помехи, то результирующую спектральную плотность помехи можно представить в виде

$$G(j\omega)=N_0+G_{\text{пп}}(j\omega)+G_{\text{ап}}(j\omega)=N_0\left(1+\frac{G_{\text{пп}}(j\omega)}{N_0}\right)\left(1+\frac{\dfrac{G_{\text{ап}}(j\omega)}{N_0}}{1+\dfrac{G_{\text{пп}}(j\omega)}{N_0}}\right).$$

Коэффициент передачи системы оптимальной обработки для этого случая:

$$k(j\omega)=c\frac{S^*(j\omega)\exp(-j\omega t_0)}{N_0}\left(1+\frac{G_{\text{пп}}(j\omega)}{N_0}\right)^{-1}\left(1+\frac{\dfrac{G_{\text{ап}}(j\omega)}{N}}{1+\dfrac{G_{\text{пп}}(j\omega)}{N_0}}\right)^{-1} \qquad (4)$$

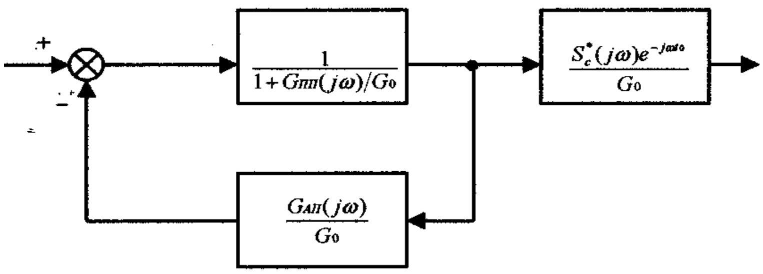


Рис.6. Структура фильтра для приема сигнала на фоне комбинированных помех: