

**МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)**

КАФЕДРА 401

А.В.Бруханский

Непараметрические обнаружители СИГНАЛОВ

Учебное пособие к лабораторной работе

МОСКВА, 1998

Введение

Вероятность ложной тревоги (уровень ложных тревог) является одной из важнейших характеристик радиолокационного устройства первичной обработки информации. В любом из режимов работы РЛС значение УЛТ не должно превышать некоторой максимальной величины, зависящей от назначения и условий работы станции. Удовлетворить этому требованию можно путем установки порога решающего устройства, которое входит в состав обнаружителя таким образом, чтобы в наиболее неблагоприятной ситуации, например, при наиболее мощной помехе, УЛТ достигал допустимого максимума. Тогда во всех остальных ситуациях значение вероятности ложной тревоги будет меньше допустимой.

Однако этот способ неудобен по двум причинам. Во-первых, указать наихудшие условия, для которых необходимо устанавливать порог решающего устройства, на практике очень трудно, а во-вторых, установка порога для наиболее неблагоприятной тактической ситуации приводит к неоправданному уменьшению вероятности правильного обнаружения при работе РЛС в любой другой помеховой обстановке.

Вследствие этих причин для удовлетворения требования о максимальной вероятности ложной тревоги в реальной аппаратуре используются другие методы. Их можно разделить на две группы; адаптивные и непараметрические. Адаптивные методы основаны на непрерывной оценке мощности или среднего уровня помехи в соседних с анализируемым элементом разрешения по дальности или азимуту и использовании сформированных оценок для оперативной перестройки порога квантователя входных сигналов или порога решающего устройства. Пример такого устройства, носящего название схемы с «плавающим порогом квантователя» приведен на рис. 1.

На вход линии задержки с отводами поступает огибающая принятого сигнала со всей дистанции дальности. На выходе каждого отвода последовательно появляются амплитуды отраженных сигналов каждого канала

дальности. Квантование сигнала в среднем отводе линии задержки осуществляется в компараторе. В качестве порога квантователя используется усредненное значение помехи (шума) в трех предшествующих и трех последующих каналах дальности. Требуемое значение вероятности ложной тревоги достигается изменением множителя k .

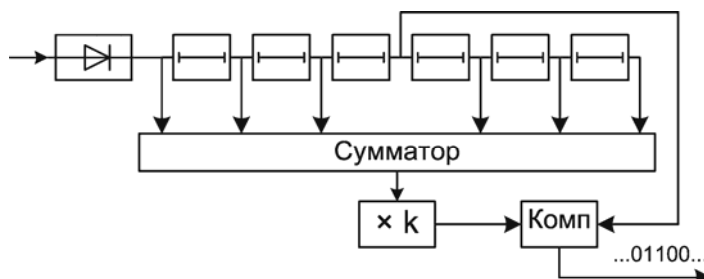


Рис. 1. Адаптивное устройство стабилизации УЛТ

В этом устройстве и аналогичных ему адаптивных схемах УЛТ не зависит от мощности помехи и коэффициента усиления приёмника РЛС, но зависит от закона распределения помехи. Существование такой зависимости - их недостаток.

Этого недостатка лишены непараметрические устройства стабилизации уровня ложных тревог (непараметрические обнаружители), сохраняющие заданный УЛТ при изменении как мощности, так и вида распределения помехи. К тому же, непараметрические алгоритмы, как правило, проще в реализации. Отмеченные обстоятельства объясняют широкое использование непараметрических обнаружителей на практике.

Общая характеристика непараметрических алгоритмов обнаружения

Непараметрическими обнаружителями называются устройства обнаружения сигналов, способные поддерживать заданный УЛТ в тех случаях, когда распределение помехи $w(x)$ принадлежит к некоторому непараметрическому семейству распределений W . Непараметрическим это семейство называется потому, что включает распределения, которые не могут быть

описаны с помощью конечного числа параметров. В качестве примера семейства \mathcal{W} можно назвать совокупность всех распределений с нулевой медианой. Понятно, что в состав \mathcal{W} могут входить и параметрические распределения с известной плотностью вероятности, если они обладают общим признаком этого семейства.

Непараметрические обнаружители в отличие от адаптивных не формируют оценок параметров, определяющих форму распределения помехи. Им не требуется время для адаптации под помеху, следовательно, длина реализации входного процесса, на основании которой выносится решение о наличии или отсутствии сигнала цели, может быть меньше. Непараметрические алгоритмы, как правило, обладают повышенной устойчивостью своих характеристик обнаружения к изменению вида и параметров распределения помехи. Другими словами, вероятность правильного обнаружения в схеме непараметрического устройства может быть значительно выше, чем у параметрического обнаружителя, оптимального для определенного распределения помехи $w_1(x)$, когда фактическое распределение помехи отличается от $w_1(x)$. Наконец, простота конструкции большинства непараметрических обнаружителей также служит их отличительной чертой.

Недостатком непараметрических обнаружителей является их несколько большие потери в отношении сигнал/помеха, чем у адаптивных обнаружителей. Это - плата за универсальность их применения.

Класс непараметрических обнаружителей включает в себя большое число разнообразных устройств, существенно отличающихся по принципу действия. К ним относятся фазовые корреляторы с предварительным ограничением входного сигнала, корректоры совпадения полярностей, знаковый обнаружитель и большая группа ранговых устройств обнаружения.

Ранговые непараметрические обнаружители сигналов, основанные на использовании статистических ранговых критериев, в свою очередь подразделяются на одновыборочные и двухвыборочные. Это деление осуществляется в соответствии с тем, нужно или нет ранговому обнаружителю

дополнительная информация о помехе, получаемая в виде вспомогательной (опорной) выборки. В радиолокационных обнаружителях она может быть получена от соседних элементов разрешения (каналов) дальности и азимута.

В зависимости от того как формируется ранговая статистика (функция рангового вектора, сравниваемая с порогом решающего устройства) ранговые алгоритмы (критерии) могут быть линейными или нелинейными. К линейным относятся одновыборочный и двухвыборочный критерии Вилкоксона (первый носит название знаково-рангового, второй – Манна-Уитни), Ван дер Вардена, Фишера-Иэйтса, медианный и некоторые другие. Нелинейными ранговыми являются критерии Колмогорова-Смирнова, Реньи, Крамера-Мизеса, τ -тест Кендалла и др. Нелинейные критерии сложнее в реализации, но в некоторых случаях более эффективны, чем линейные.

Существует также особая группа перемешанных ранговых алгоритмов, отличающаяся несколько большими значениями потерь в пороговом сигнале по сравнению с чисто ранговыми, но значительно проще реализуемые. К ним относится обобщенный знаковый алгоритм.

Оценка эффективности непараметрических обнаружителей

Структуры большинства непараметрических обнаружителей не вытекают из строгого математического синтеза, а строятся эвристически. Это обстоятельство делает особо важным проведение детального анализа их свойств в различных условиях.

В соответствии с критерием Неймана-Пирсона непараметрические обнаружители могут сравниваться по характеристикам обнаружения между собой, а также с оптимальными обнаружителями для каждого из возможных распределений помех. Представляет также интерес выяснение устойчивости их характеристик обнаружения к изменению закона распределения и определение величины выигрышей в пороговом сигнале по отношению к параметрическим обнаружителям, утрачивающих в этих условиях свою оптимальность.

Наряду с отмеченным подходом к оценке эффективности обнаружителей широко используется и другой, связанный с выяснением качества их работы в предположении, что отношение сигнал/помеха q стремится к нулю, а объём выборки n неограниченно возрастает.

Числовой характеристикой свойств решающего правила (обнаружителя) δ^* относительно свойств решающего правила (обнаружителя) δ при $q \rightarrow 0$ и $n \rightarrow \infty$ служит коэффициент асимптотической относительной эффективности (АОЭ) $\varepsilon(\delta, \delta^*)$. Коэффициент АОЭ есть предел отношения двух объёмов выборок $n = n(F, D)$ и $n^* = n^*(F, D)$, необходимых обнаружителям δ и δ^* для достижения заданных вероятностей ложной тревоги F и правильного обнаружения D при $n \rightarrow \infty$ и $n^* \rightarrow \infty$

$$\varepsilon(\delta, \delta^*, F, D) = \lim \frac{n(F, D)}{n^*(F, D)} \quad (1)$$

Понятно, что если правила δ и δ^* состоятельные, то при фиксированных вероятностях F и D и при $n, n^* \rightarrow \infty$ отношения сигнал/ помеха для обоих правил должны стремиться к нулю.

В ряде случаев коэффициент АОЭ не зависит от значений вероятности ложной тревоги и пропуска цели $\varepsilon(\delta, \delta^*, F, D) = \varepsilon(\delta, \delta^*)$ и является универсальной характеристикой относительной эффективности двух обнаружителей при $q \rightarrow 0$. В этом и заключается преимущество данного асимптотического подхода перед рассмотренным выше, определяющим величину потерь в пороговом сигнале как функцию 3-х переменных F, D и n .

Знаковый обнаружитель

Рассмотрим последовательность отсчётов - выборку исходного процесса $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, относительно которой необходимо вынести решение - присутствует ли в ней положительный сигнал или нет. Это решение может быть принято путем формирования знаковой статистики T_3 и сравнения её с порогом C_F .

Будем считать, что сигнал присутствует в исходной реализации, если

$$T_3 = \sum_{i=1}^n U(x_i) > C_F, \quad (2)$$

где n - объём выборки,

$$U(x_i) = \begin{cases} 1, & \text{при } x_i \geq 0, \\ 0, & \text{при } x_i < 0. \end{cases} \quad (3)$$

Обнаружитель, реализующий алгоритм (2) называется знаковым. Он находит число положительных отсчётов во входной реализации и по превышению порога C_F , зависящего от F , выносит решение о наличии сигнала.

Знаковый обнаружитель - простейший непараметрический обнаружитель. Он сохраняет заданный УЛТ в том случае, когда плотность распределения отсчётов помехи $w(x)$ имеет нулевую медиану, т.е.

$$\int_{-\infty}^0 w(x)d(x) = \int_0^{\infty} w(x)d(x) = 0.5$$

и отсчёты помехи независимы.

Распределение статистики T_3 подчинено биномиальному распределению вероятностей

$$f_p(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n,$$

с параметром

$$p = \int_0^{\infty} w_C(x)d(x)$$

где $w(x)$ – плотность распределения смеси сигнала с помехой, причём, при гипотезе отсутствия сигнала $p = 0,5$. Вероятности ложной тревоги и правильного обнаружения в этом случае равны

$$F = \sum_{k=E[C_F]}^n C_n^k 0.5^n \quad (4)$$

$$D = \sum_{k=E[C_F]}^n C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \quad (5)$$

где $E[C_F]$ - целая часть числа C_F , а C_n^k — число сочетаний из n по k .

Так как при увеличении объема выборки n биномиальный закон стремится к гауссовскому со средним np и дисперсией $np(1-p)$, то для вероятностей F и D могут быть предложены следующие приближенные формулы

$$F \cong \Phi \left[\frac{n - 2C_F}{\sqrt{n}} \right] \quad (6)$$

$$D \cong \Phi \left[\frac{np - C_F}{\sqrt{np(1-p)}} \right] \quad (7)$$

где $\Phi[\]$ - интегральная функция нормального распределения.

Из формул (4) и (6), в частности, следует независимость F от вида распределения и мощности помехи.

Характеристики обнаружения знакового обнаружителя, рассчитанные по формулам (5) и (7) для $F = 10^{-4}$ и $n = 30$, приведены на рис.2.

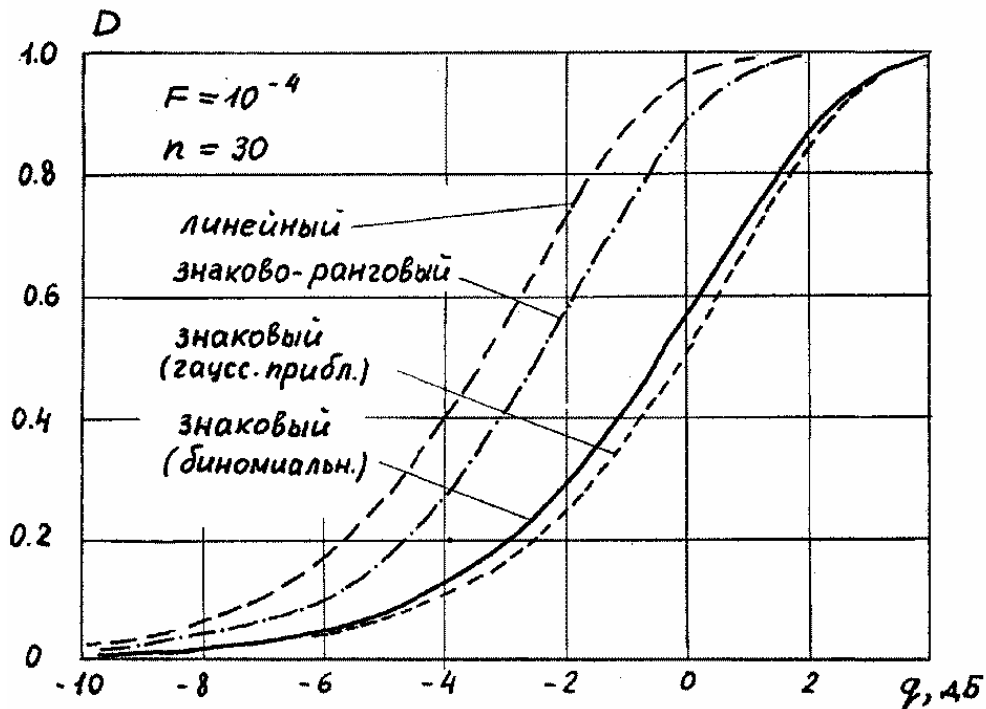


Рис. 2. Характеристики обнаружения

Из сопоставления кривых обнаружения видно, что при данном объеме выборки n аппроксимация биномиального распределения знаковой статистики нормальным приводит с погрешности в отношении сигнал/помеха не превы-

шающей 0,5 дБ. С ростом n её величина уменьшается. На том же рисунке приведены характеристики линейного обнаружителя, алгоритм работы которого состоит в сравнении с порогом C_F суммы входных отсчётов

$$T_D = \sum_{i=1}^n x_i > C_F \quad (8)$$

Линейный обнаружитель является оптимальным при обнаружении постоянного сигнала на фоне аддитивного гауссова шума с независимыми отсчётами. Его вероятности ложной тревоги и правильного обнаружения находятся по формулам

$$F = \Phi \left[\frac{-C_F}{\sqrt{n\sigma_x^2}} \right] \quad (9)$$

$$D = \Phi \left[\frac{na - C_F}{\sqrt{n\sigma_x^2}} \right] = \Phi \left[\sqrt{n} \frac{a}{\sigma_x} + \Phi^{-1}(F) \right] \quad (10)$$

где C_F – порог обнаружителя; σ_x^2 – дисперсия помехи; a – величина сигнала; $\Phi^{-1}(F)$ – функция обратная интегралу вероятностей.

По характеристикам обнаружения проигрыш знакового обнаружителя линейному составляет около 3 дБ. Однако при увеличении размера выборки величина проигрыша уменьшается и при $n \rightarrow \infty$ составляет около 2 дБ.

Коэффициент АОЭ знакового обнаружения относительно линейного в гауссовом шуме равен $\varepsilon'_{3/\wedge} = 2/\pi \approx 0.64$, т.е. для достижения тех же вероятностей F и D при $n \rightarrow \infty$ знаковый обнаружитель требует выборку в $\varepsilon'_{3/\wedge} = 1/0.64 \approx 1.57$ раза длиннее, чем линейный. Однако в лапласовском шуме с плотностью вероятности

$$w_{\wedge}(x) = \frac{\alpha}{2} e^{-\alpha|x|}$$

где α – коэффициент, определяемый дисперсией шума, его коэффициент АОЭ $\varepsilon''_{3/\wedge} = 2$, т.е. знаковый обнаружитель вдвое эффективнее линейного,

утрачивающего свои оптимальные свойства для данного распределения помехи.

Структурная схема знакового обнаружителя приведена на рис.3.

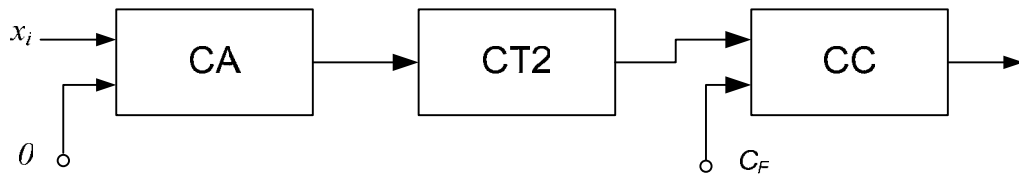


Рис. 3. Знаковый обнаружитель

Символом СА на рис. 3 обозначен квантователь на два уровня: «0» и «1» (компаратор амплитудный), СТ2 - двоичный счетчик, СС-пороговое устройство (компаратор кодовый).

Основные определения теории ранговых методов

Невысокая эффективность знакового обнаружителя при некоторых видах помехи объясняется тем, что он использует весьма малую часть информации, заключенной в исходной реализации. Действительно, пренебрегая величиной отсчётов x_i , этот обнаружитель учитывает лишь их знак. Ранговые алгоритмы обнаружения в значительной мере лишены отмеченного недостатка, так как принимают во внимание относительную величину отсчётов x_i в выборке $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Расположим отсчёты выборки \vec{x} в возрастающем порядке:

$$x_{i_1} < x_{i_2} < x_{i_3} < \dots < x_{i_n} \quad (11)$$

Номер R отсчёта x_{i_R} в этом ряду называется его рангом, а сам отсчёт x_{i_R} - R -й порядковой статистикой выборки \vec{x} . Таким образом, каждой выборке \vec{x} можно поставить в соответствие ранговый вектор

$$\vec{R} = (R_1, R_2, \dots, R_n)$$

элементы которого R_i - номера отсчетов x_i в упорядоченном ряду (11).

Например, если $\vec{x} = (4, 9, 8, 2, 1)$, то $\vec{R} = (3, 5, 4, 2, 1)$.

Ранговым алгоритмом обнаружения (различения гипотез) называется правило вычисления ранговой статистики $\psi(\vec{R})$ – некоторой функции рангового вектора - и сравнения её с пороговым значением.

Ранговая статистика называется **линейной**, если допускает представление

$$T = \sum_{i=1}^n \varphi(i, R) \quad (12)$$

где $\varphi(i, R)$ – некоторая функция двух переменных (элемент квадратной матрицы $n \times n$).

Линейная ранговая статистика является **простой**, если может быть выражена в виде

$$T = \sum_{i=1}^n C_i a(R_i), \quad (13)$$

C_i – постоянные коэффициенты; $A(R_i)$ - произвольная функция R_i .

В том случае, когда ранговый вектор \vec{R} вычисляется только по анализируемой выборке \vec{x} и для вынесения решения не привлекается дополнительная информация о помехе, ранговый алгоритм (критерий) называется **одновыборочным**. Если же для вынесения решения ему требуется дополнительная (опорная) реализация чистой помехи (без сигнала) $\vec{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)$, а вектор \vec{R} определяется на основании объединенной выборки (\vec{x}, \vec{y}) , то этот алгоритм носит название **двухвыборочного**.

Непараметрические свойства ранговых обнаружителей, реализующих ранговые алгоритмы, связаны с независимостью распределения рангов, а, следовательно, ранговых статистик от закона распределения отсчётов помехи $w(x_i)$.

Знаково-ранговый обнаружитель

Расположим отсчеты выборки \vec{x} по возрастанию их абсолютных величин $|x_{i_1}| < |x_{i_2}| < \dots < |x_{i_n}|$. Место отсчёта $|x_{i_{R^+}}|$ в этом ряду назовем абсолютным рангом R^+ .

Знаково-ранговым алгоритмом обнаружения называется алгоритм, сравнивающий сумму абсолютных рангов R_i^+ положительных выборок с порогом C_F :

$$T_{3P} = \sum_{x_i > 0} R_i = \sum_{i=1}^n R_i^+ U(x_i) > C_F \quad (14)$$

при превышении которого выносится решение о наличии сигнала.

В соответствии с определением (13) этот алгоритм является простым линейным одновыборочным ранговым алгоритмом.

Знаково-ранговый обнаружитель является непараметрическим в классе W' распределений помехи $w(x)$ с симметричной относительно нуля плотностью при независимых отсчётах помехи. Как и знаковый обнаружитель, он может использоваться для обнаружения однополярного сигнала при квазикогерентном приёме.

В целях упрощения реализации алгоритма (14) он может быть записан в другой эквивалентной форме

$$T_{3P} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n U(x_i + x_j) > C_F \quad (15)$$

Структурная схема знаково-рангового обнаружителя, соответствующая выражению (15), приведена на рис.4.

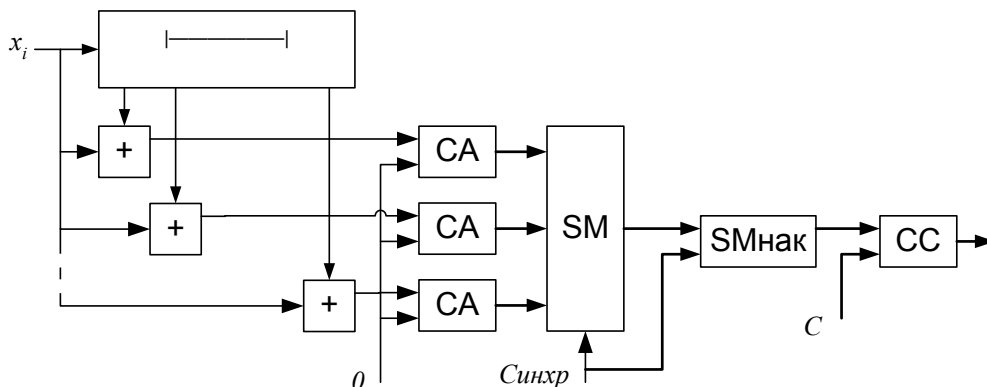


Рис. 4. Знаково-ранговый обнаружитель

Перед началом работы обнаружителя во всех n ячейках регистра сдвига должны быть записаны отрицательные числа, большие по модулю, чем

максимально возможное значение x_i . Подавая последовательно на вход устройства отсчёты x_i , на выходе сумматора SM получим последовательность значений внутренней суммы выражения (14). По окончании выборки на выходе накапливающего сумматора окажется величина $T_{ЗР}$, которая и будет, сравниваться с C_F в пороговом устройстве СС.

Вывод аналитических выражений для вероятностной ложной тревоги и правильного обнаружения особенно при небольших n , затруднен. Тем не менее при $n \gg 1$ можно указать приближенное выражение для УЛТ

$$F \approx \Phi \left[\frac{n^2 / 4 - C_F}{\sqrt{n^3 / 12}} \right] \quad (16)$$

Характеристики обнаружения знаково-рангового алгоритма при конечных n целесообразно находить методом статистического моделирования. Одна из его характеристик обнаружения, полученная этим методом, приведена на рис.2. Она построена для тех же значений параметров F и n , что и характеристики линейного и знакового обнаружителей, изображенные на том же рисунке. Проигрыш знаково-рангового обнаружителя линейному по характеристикам обнаружения не превышает 0,8 - 0,9 дБ, в то время как его выигрыш у знакового - более 2 дБ в пороговом отношении сигнал/шум.

Коэффициент АОЭ знаково-рангового алгоритма по отношению к линейному при гауссовом распределении помехи равен $\varepsilon'_{ЗР/\wedge} = \frac{\pi}{3} \approx 0.955$, т.е. в асимптотической ситуации, при $n \rightarrow \infty$, знаково-ранговый обнаружитель практически не уступает оптимальному. При лапласовской помехе $\varepsilon''_{ЗР/\wedge} = 1.5$. Коэффициент АОЭ знаково-рангового обнаружителя относительно знакового равен 1,5 для гауссовой помехи и 0,75 – для лапласовской. Для помехи с логистическим распределением вероятности

$$w_{\wedge\Gamma} = \frac{e^{-x}}{(1 + e^{-x})^2}$$

и постоянного сигнала этот обнаружитель асимптотически оптимален.

Обнаружители Манна-Уитни и обобщенный знаковый

Допустим, что помимо анализируемой выборки $\vec{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ данной n имеется вспомогательная выборка помехи $\vec{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ длиной m . Составим из них объединенную реализацию

$$\vec{Z} = (x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_m) = (z_1, z_2, \dots, z_{n+m}) \quad (17)$$

и проведем её ранжирование

$$Z_{i_1} < Z_{i_2} < \dots < Z_{i_{n+m}} \quad (18)$$

Пусть $\vec{R} = (R_1, R_2, \dots, R_{n+m})$ – ранговый вектор объединенной выборки \vec{Z} , элементы которого – номера Z_i в последовательности (18).

Алгоритм, находящий сумму рангов отсчётов x_i в объединенной выборке \vec{Z} называется алгоритмом Манна-Уитни или двухвыборочным критерием Вилкоксона и записывается в виде:

$$T_B = \sum_{i=1}^n R_i > C_F \quad (19)$$

Однако наиболее употребительна другая эквивалентная форма алгоритма (19)

$$T_{MV} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m U(x_i - y_j) > C_F, \quad (20)$$

причём, $T_{MV} = T_B - \frac{(n+1)n}{2}$.

Обнаружитель Манна-Уитни является двухвыборочным линейным ранговым обнаружителем. Он сохраняет заданный УЛТ в том случае, когда выборки \vec{x} и \vec{y} принадлежат одному и тому же произвольному распределению помехи, а отсчёты \vec{x} и \vec{y} независимы.

Структурная схема обнаружителя Манна-Уитни приведена на рис.5. Последовательность отсчётов анализируемой выборки \vec{x} в течение всего времени обнаружения подается на соответствующие входы компараторов СА.

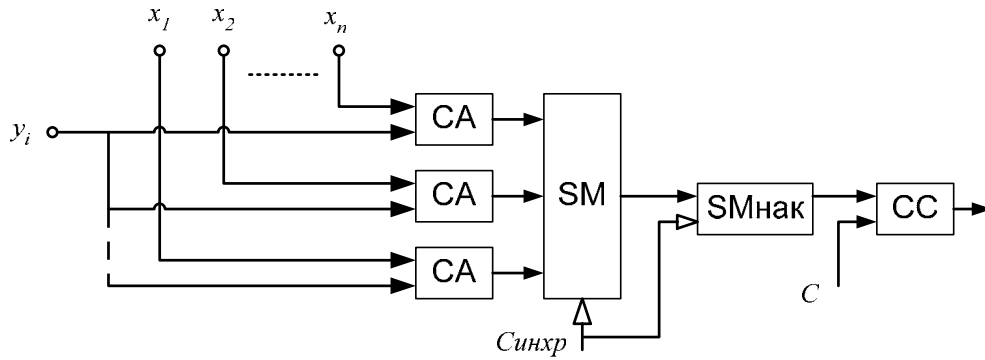


Рис. 5. Обнаружитель Манна-Уитни

Последовательность опорных отсчётов y последовательно поступает по входу y_i . По окончании последовательности в накапливающем сумматоре SMнак окажется записанная величина T_{MV} , которая и сравнивается с порогом C_F в пороговом устройстве CC.

В том случае, когда длина опорной выборки m велика, процесс обнаружения в схеме рис. 5 занимает продолжительный период времени, сократить который можно лишь за счёт дополнительных аппаратных затрат. Однако, пойдя на незначительное снижение эффективности обнаружения, можно существенно сократить число арифметических операций в алгоритме Манна-Уитни и тем самым уменьшить время работы обнаружителя. Для этого нужно разбить выборку $\vec{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ на n групп по N отсчётов в каждой таким образом, чтобы $n \cdot N = m$:

- 1-я группа y_1, y_2, \dots, y_N
- 2-я группа $y_{N+1}, y_{N+2}, \dots, y_{2N}$
-
- n-я группа $y_{(n-1)N+1}, y_{(n-1)N+2}, \dots, y_{nN}$

Присоединяя к i -й группе отсчет x_i , можем найти его ранг среди остальных членов этой группы

$$r_i = \sum_{j=1}^N u(x_i - y_{(i-1)N+j}), \tag{21}$$

а затем сложить ранги всех n групп

$$T_{O3} = \sum_{i=1}^n r_i = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N u(x_i - y_{(i-1)N+j}) > C_F \quad (22)$$

Полученный алгоритм относится к перемешанным ранговым алгоритмам и называется *обобщенным знаковым*. Структурная схема обобщенного знаково-го обнаружителя приведена на рис.6.

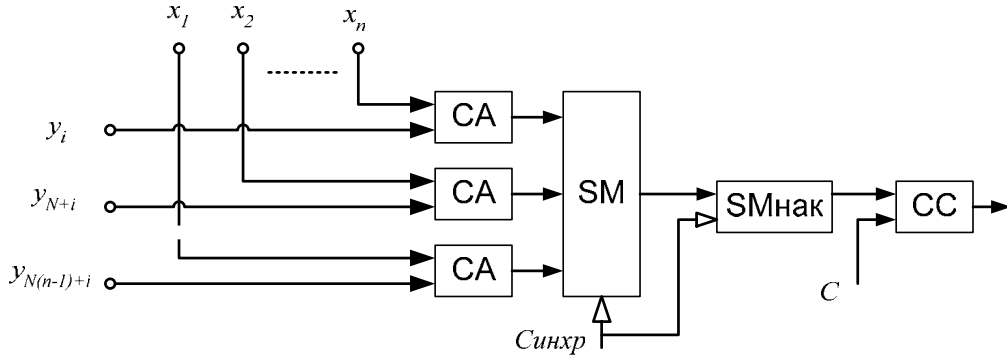


Рис. 6. Обобщенный знаковый обнаружитель

У этого обнаружителя n вспомогательных (опорных) входов, по каждому из которых одновременно поступают отсчеты, принадлежащие всем n группам. Отсчеты каждой группы сравниваются на компараторах СА только с одним отсчетом анализируемой выборки x_i . Благодаря этому число арифметических операций в рассматриваемой схеме в n раз меньше, чем у обнаружителя Манна-Уитни, во столько же раз в ней меньше время обработки и входной последовательности.

Вывод аналитических выражений для вероятностей ложной тревоги и правильного обнаружения рассмотренных обнаружителей в общем случае достаточно труден, поэтому приведем результаты их анализа в асимптотической ситуации (при $n \rightarrow \infty, m \rightarrow \infty$) и результаты статистического моделирования при небольших объемах выборки.

Аналогом линейного алгоритма обнаружения (8) для двухвыборочной ситуации является обнаружитель, сравнивающий с порогом C_F разность выборочных средних выборок \bar{x} и \bar{y} :

$$T_{\wedge 2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m y_j > C_F. \quad (23)$$

Этот обнаружитель, являющийся оптимальным при гауссовой помехе и постоянном сигнале, примем за эталонный для оценки относительной эффективности двухвыборочных непараметрических обнаружителей.

Коэффициент АОЭ обнаружителя Манна-Уитни относительно эталонного параметрического равен 0,955 при гауссовой и 1,5 при лапласовской помехе, что совпадает со значениями коэффициента АОЭ его одновыборочного аналога. Значения коэффициента АОЭ обобщенного знакового обнаружителя по отношению к обнаружителю Манна-Уитни $\varepsilon_{O3/MV}$ и к эталонному - параметрическому $\varepsilon_{O3/ЭП}$ существенно зависят от размера выборочной группы N . Для случая некогерентного обнаружения сигнала в гауссовом шуме значения этих коэффициентов при некоторых N сведены в таблицу 1.

Таблица 1

N	1	2	4	8	16	∞
$\varepsilon_{O3/MV}$	0.67	0.75	0.83	0.9	0.94	1
$\varepsilon_{O3/ЭП}$	0.25	0.375	0.5	0.6	0.667	0.75

Кривые потерь в отношении сигнал/помеха обобщенного знакового обнаружителя эталонному параметрическому для того же случая приведены на рис.7.

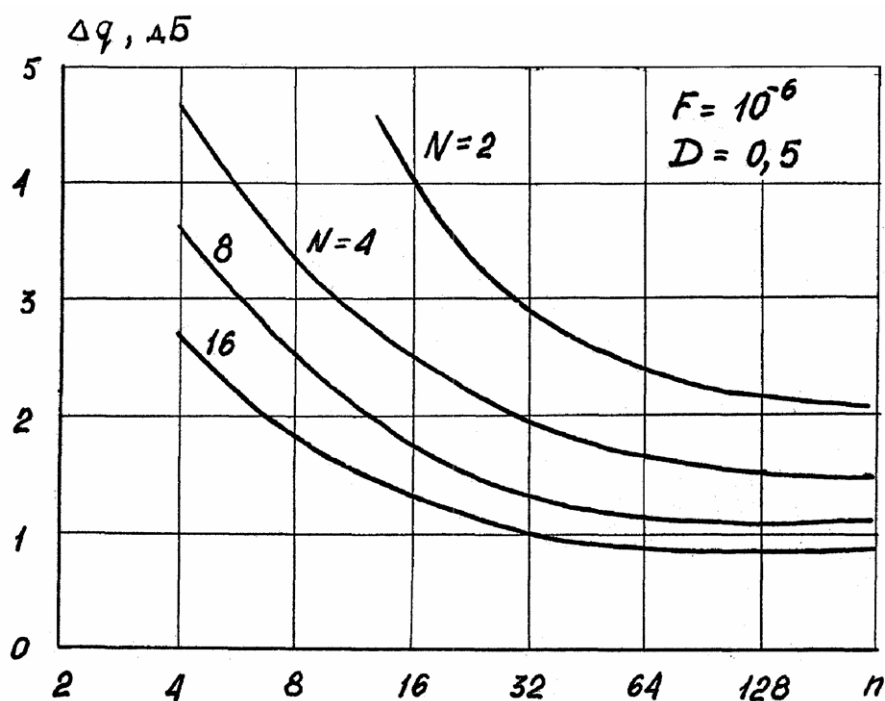


Рис. 7. Потери обобщенного знакового обнаружителя оптимальному

Кривые построены в зависимости от размера анализируемой выборки n для различных объёмов выборочных групп опорных выборок N . Из графика видно, что величина этих потерь тем меньше, чем больше n и N .

Характеристики обнаружения обнаружителей Манна-Уитни и обобщенного знакового для случая когерентного обнаружения постоянного сигнала в гауссовом шуме при $n=10$, $m=100$ и $N=10$ представлены на рис. 8.

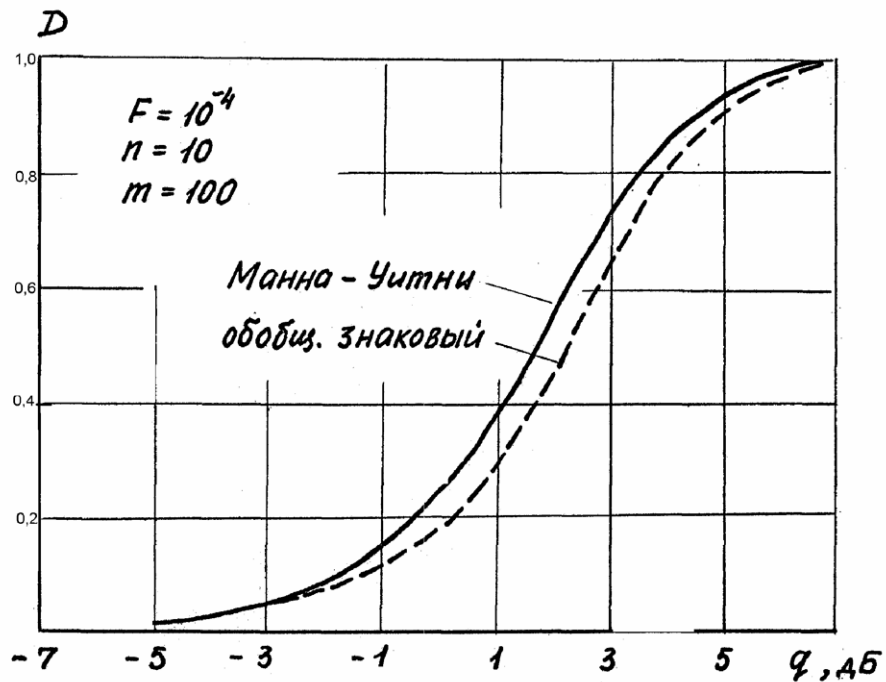


Рис. 8. Характеристики обнаружения

Характеристики построены по результатам статистического моделирования. Из их сопоставления следует, что при указанных размерах выборок обобщенный знаковый обнаружитель проигрывает обнаружителю Манна-Уитни не более 0,6 - 0,7 дБ в пороговом отношении сигнал/помеха, но 10 раз выигрывает у него по числу арифметических операций или в аппаратных затратах.

Коэффициент АОЭ $\varepsilon_{O3/MV}$ для случая когерентного обнаружения сигнала в гауссовой помехе при $N=10$ равен 0,96 и в лапласовской помехе 1,05. С ростом размера группы N при гауссовой помехе он также стремится к 1.

На рис. 9 показан пример использования обобщенного знакового алгоритма в многоканальном по дальности радиолокационном устройстве обнаружения.

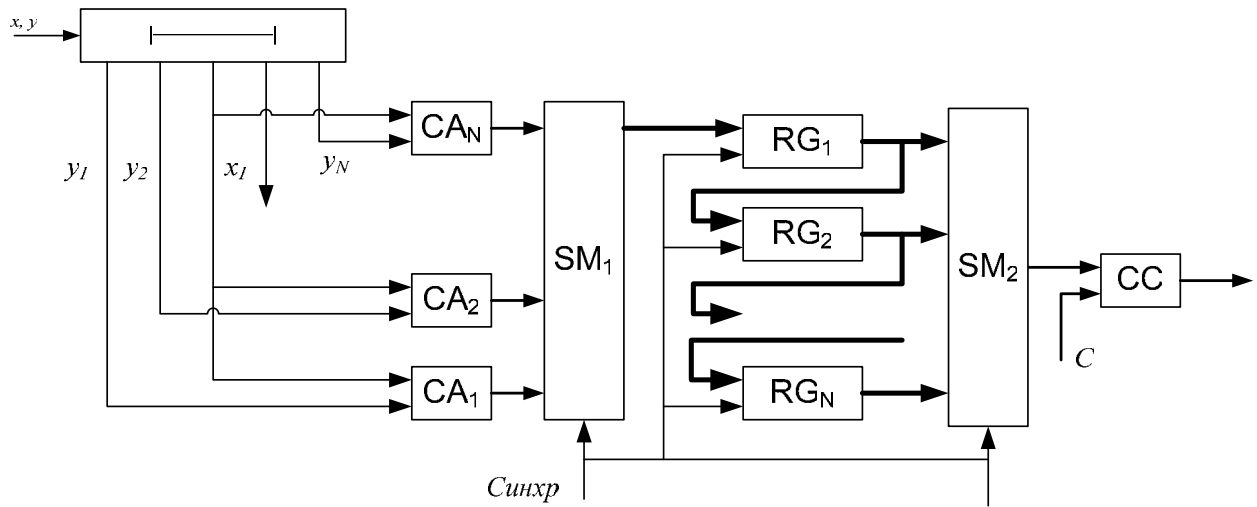


Рис. 9. Многоканальный обобщенный знаковый обнаружитель

Отраженный видеосигнал поступает на линию задержки (ЛЗ) с $N+1$ отводами, запаздывание сигнала между которыми равно интервалу разрешения двух целей по времени (длительности зондирующего импульса) τ_d .

Таким образом, в течение одного зондирования пространства сигналы всех M элементов разрешения по дальности поочередно оказываются в среднем отводе ЛЗ и сравниваются в компараторах $CA_1 - CA_N$ с сигналами от N соседних элементов дальности. Результатами сравнения являются ранги r_i поступающие с выхода первого сумматора SM_1 в динамическую память на многоразрядных регистрах сдвига $RG_1 - RG_n$ длиной M ячеек каждый. Содержимое динамической памяти обновляется за время пачки (n периодов зондирования). Сумматор SM_2 складывает ранги одного и того же элемента разрешения по дальности за n зондирований, то есть выполняет операцию (21). В пороговом устройстве CC принимается решение о наличии или отсутствии сигнала цели в каждом канале дальности.

Контрольные вопросы.

Зачем добиваются постоянства вероятности ложной тревоги?

Какие методы используются для стабилизации ложных тревог.

Каковы преимущества непараметрических обнаружителей перед адаптивными, каковы их недостатки?

Назовите основные типы непараметрических алгоритмов обнаружения.

Какие методы применяются для оценки эффективности непараметрических обнаружителей?

Что такое коэффициент АОЭ, в чём его физический смысл.

Как математически записывается знаковый алгоритм обнаружения?

Какова его эффективность по сравнению с линейным.

Дайте определения порядковой статистике, рангу, ранговому вектору, ранговой статистике, ранговому алгоритму обнаружения и линейному ранговому алгоритму.

В чём преимущество рангового алгоритма перед знаковым?

Как записывается знако-ранговый алгоритм обнаружения? К какому классу ранговых алгоритмов он относится?

Нарисуйте структурную схему знако-рангового обнаружителя.

Какова его асимптотическая эффективность по отношению к линейному?

К какому классу ранговых алгоритмов относится алгоритм Манна-Уитни. Какова его математическая формула?

К какому классу относится обобщенный знаковый алгоритм?

Запишите его математическую формулу.

Дайте сравнительную оценку эффективности и сложности реализации обнаружителей Манна-Уитни и обобщенного знакового.

Поясните структурную схему многоканального обобщенного знакового обнаружителя.

Литература

Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 3, М., "Советское радио", 1976 §§2.2 - 2.4, 2,6.

Лихарев В .А. Цифровые методы и устройства в радиолокации. М., "Советское радио", 1973, § 2.5.

Гаэк Я., Шидак З. Теория ранговых критериев. М., "Наука", 1971, гл. П., Ш.

Томас Дж. Б. Непараметрические методы обнаружения сигналов.- ТИИЭР, 1970, т.58, №5, стр.23-31.

Хансен В. Характеристики обнаружения некоторых непараметрических ранговых критериев. - "Зарубежная радиоэлектроника", 1971, & 4, стр.38-54.

Хансен В., Ользен Б. Непараметрическое обнаружение сигналов с использованием обобщенного знакового критерия.- "Зарубежная радиоэлектроника", 1972, №9, стр. 28-41.