

# Передаточная функция дискретных фильтров

Формула свертки (линейная свертка)

$$y(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h(n-m)x(m), \quad y(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)x(n-m)$$

Принятое обозначение свертки

$$y(n) = x(n) * h(n)$$

Разностное уравнение

$$y(nT) = \sum_{i=0}^{N-1} b_i x[(n-i)T] - \sum_{k=1}^{M-1} a_k y[(n-k)T]$$
$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} b_i x(n-i) - \sum_{k=1}^{M-1} a_k y(n-k)$$

Условие устойчивости дискретных фильтров:

$$\sum_{n=0}^{\infty} |h(n)| < \infty$$

Передаточная функция дискретного фильтра:

$$H(z) = Z\{h(n)\} = \sum_{n=0}^{\infty} h(n)z^{-n} \quad h(n) = Z^{-1}\{H(z)\}$$

Согласно теореме о свертке:

$$Y(z) = H(z)X(z), \quad H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

Применяем Z-преобразование к разностному уравнению

$$Z\{y(n)\} = Z\left\{\sum_{i=0}^{N-1} b_i x(n-i) - \sum_{k=1}^{M-1} a_k y(n-k)\right\}$$

По свойству линейности

$$Y(z) = X(z) \sum_{i=0}^{N-1} b_i z^{-i} - Y(z) \sum_{k=1}^{M-1} a_k z^{-k}$$
$$Y(z) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} b_i z^{-i}}{1 + \sum_{k=1}^{M-1} a_k z^{-k}} X(z) \quad H(z) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} b_i z^{-i}}{1 + \sum_{k=1}^{M-1} a_k z^{-k}}$$