

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(национальный исследовательский университет)
Кафедра 410

А.В. БРУХАНСКИЙ

**Анализ характеристик цифровых фильтров
в среде Mathcad**

Учебное пособие к лабораторной работе

Москва
МАИ
2018

В лабораторной работе требуется по заданной передаточной функции или разностному уравнению определить положение нулей и полюсов фильтра (модули и фазы), тип фильтра по расположению полос пропускания и задерживания и наличию пульсаций, граничные частоты полос пропускания и задерживания. Построить диаграмму нулей и полюсов, АЧХ, ФЧХ, импульсную характеристику фильтра и структурную схему фильтра в заданной форме. Задание выполняется в программе Mathcad. Дополнительно необходимо построить АЧХ фильтра методом экспресс-анализа.

Пример выполнения задания

Исходные данные

Задана передаточная функция дискретного фильтра

$$K(z) := \frac{0.036627 + 0.183135z^{-1} + 0.36627z^{-2} + 0.36627z^{-3} + 0.183135z^{-4} + 0.036627z^{-5}}{1 - 0.4375041z^{-1} + 0.7004067z^{-2} - 0.1527980z^{-3} + 0.0660510z^{-4} - 0.0041015z^{-5}}$$

Частота дискретизации равна 10 кГц. Структурная схема – в прямой форме.

Определение положения нулей и полюсов передаточной функции

$$X(z) := 0.036627z^5 + 0.183135z^4 + 0.36627z^3 + 0.36627z^2 + 0.183135z + 0.036627$$

$$Y(z) := 1 \cdot z^5 - 0.4375041z^4 + 0.7004067z^3 - 0.1527980z^2 + 0.0660510z - 0.0041015$$

$$B := \text{polyroots}[(0.036627 \ 0.183135 \ 0.36627 \ 0.36627 \ 0.183135 \ 0.036627)^T]$$

$$k := 0..4$$

$$Z_k := |B_k|$$

$$Z^{(1)} := \frac{180}{\pi} \arg(B)$$

$$B = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad Z = \begin{pmatrix} 1 & 180 \\ 1 & 180 \\ 1 & 180 \\ 1 & 180 \\ 1 & 180 \end{pmatrix}$$

- модули и фазы нулей

$$A := \text{polyroots}[(-0.0041015 \ 0.0660510 \ -0.1527980 \ 0.7004067 \ -0.4375041 \ 1)^T]$$

$$P_k := |A_k| \quad P^{(1)} := \frac{180}{\pi} \arg(A)$$

- модули и фазы полюсов

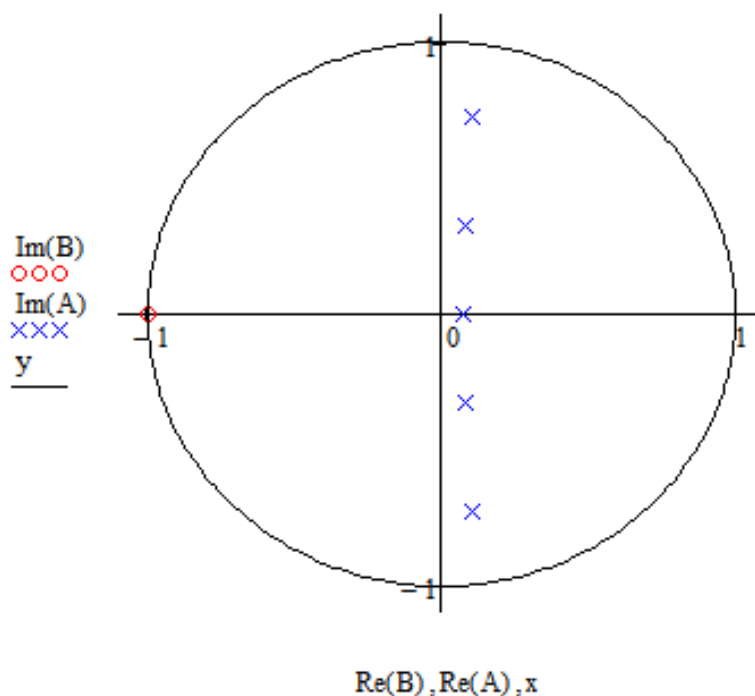
$$A = \begin{pmatrix} 0.07 \\ 0.077 + 0.323i \\ 0.077 - 0.323i \\ 0.107 - 0.721i \\ 0.107 + 0.721i \end{pmatrix} \quad P = \begin{pmatrix} 0.07 & 0 \\ 0.332 & 76.556 \\ 0.332 & -76.556 \\ 0.729 & -81.596 \\ 0.729 & 81.596 \end{pmatrix}$$

$$n := 300$$

$$k := 0..n$$

$$y_k := \sin\left(\frac{2\pi \cdot k}{n}\right)$$

$$x_k := \cos\left(\frac{2\pi \cdot k}{n}\right)$$



Расчет АЧХ и ФЧХ

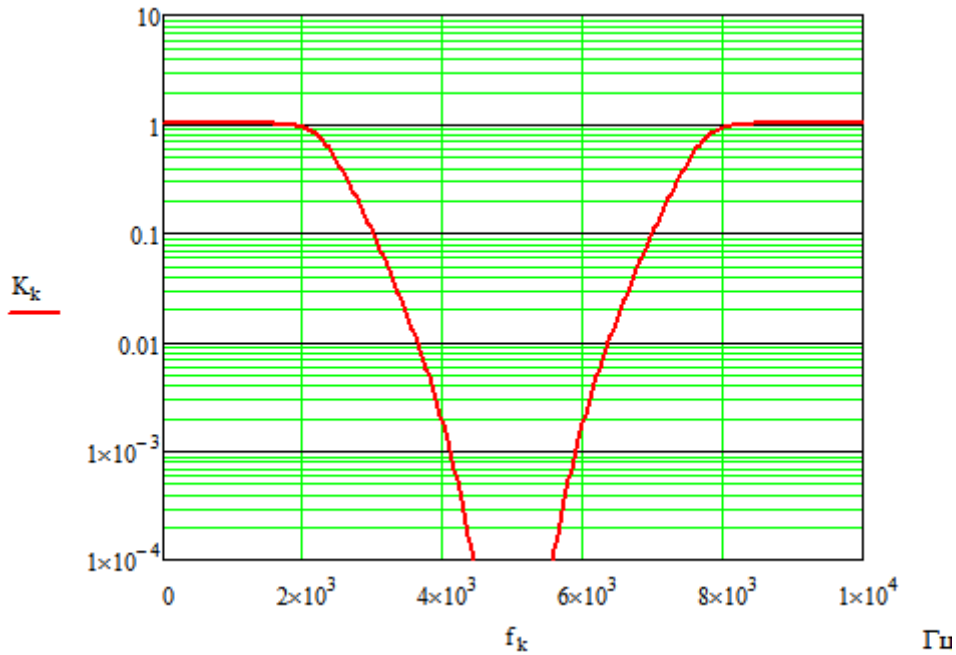
$$F_s := 10000\text{Hz}$$

$$T := \frac{1}{F_s}$$

$$f_k := \frac{1}{n \cdot T} \cdot k$$

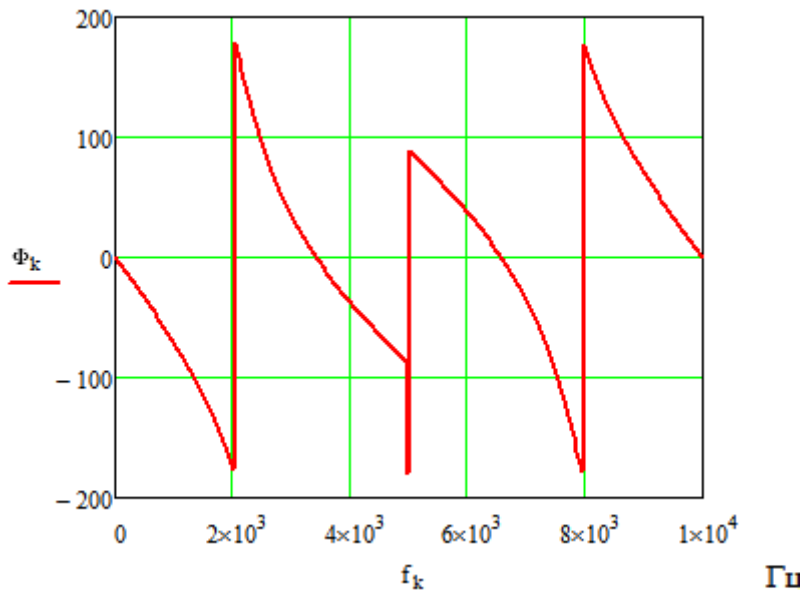
$$z_k := e^{i \cdot 2\pi \cdot f_k \cdot T}$$

$$K_k := \left| \frac{X(z_k)}{Y(z_k)} \right|$$



Заданная передаточная функция описывает рекурсивный фильтр нижних частот 5-го порядка с максимально плоской АЧХ в полосе пропускания и полосе задерживания (фильтр Баттерворта). Граничная частота полосы пропускания на уровне 0,9 (-1 дБ) равна 2 кГц. Граничные частоты полосы задерживания по уровню 0,1 (-20 дБ) равны 3 кГц и 7 кГц.

$$\Phi_{\text{к}} := \frac{180}{\pi} \cdot \arg \left(\frac{X(z_{\text{к}})}{Y(z_{\text{к}})} \right)$$

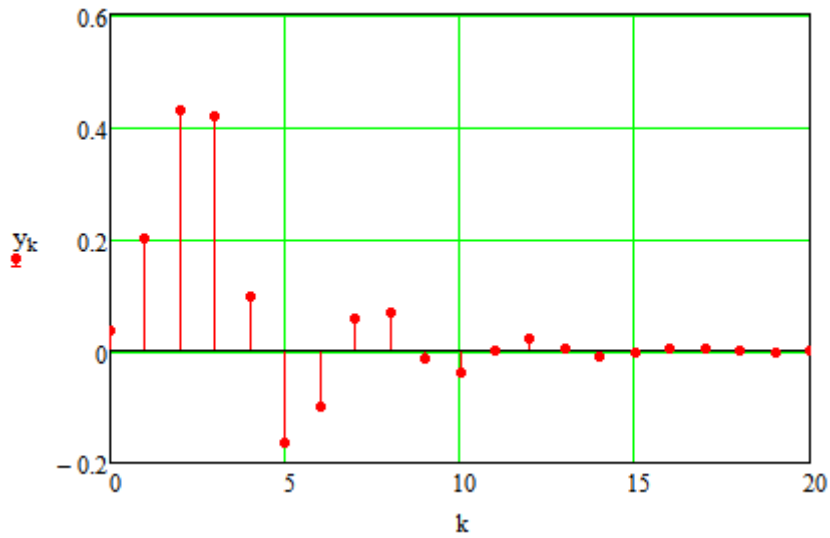


ФЧХ фильтра в полосе пропускания не является строго линейной

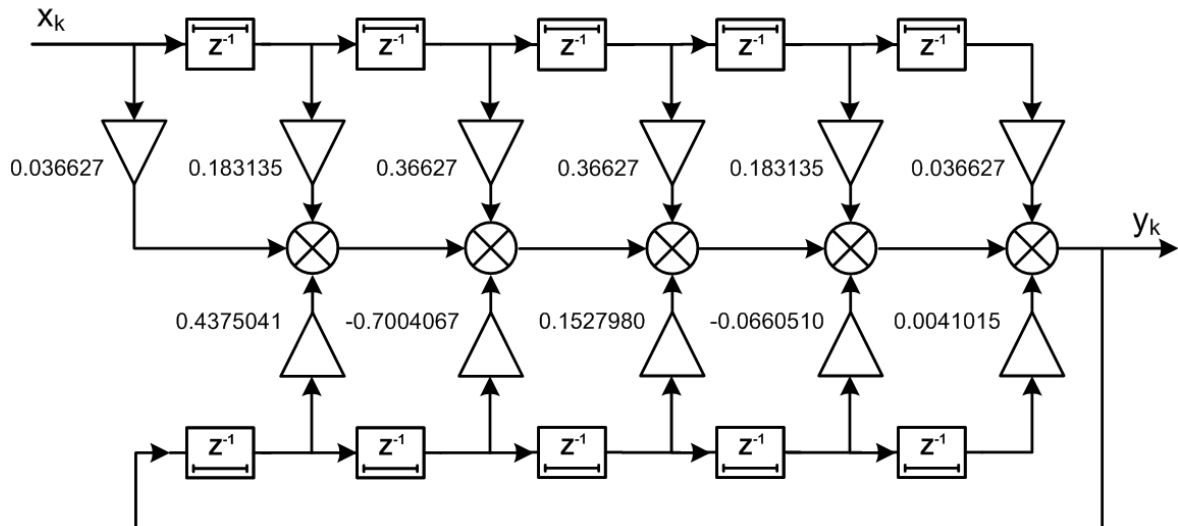
Расчет импульсной характеристики фильтра

```

u := for k ∈ 0..25
    | x_k ← 0
    | y_k ← 0
x_5 ← 1
for n ∈ 0..20
    y_{n+5} ← 0.036627·x_{n+5} + 0.183135·x_{n+4} + 0.36627·x_{n+3} + 0.36627·x_{n+2} ...
            + 0.183135·x_{n+1} + 0.036627·x_n + 0.4375041·y_{n+4} - 0.7004067·y_{n+3} ...
            + 0.1527980·y_{n+2} - 0.0660510·y_{n+1} + 0.0041015·y_n
y
k := 0..20
y_k := u_{k+5}
    
```



Структурная схема фильтра в прямой форме



Задания на ЛР

Для всех заданий требуется построить диаграмму нулей и полюсов фильтра (модули и фазы), определить тип фильтра по расположению полос пропускания и задерживания (НЧ, ВЧ, полосовой, режекторный) и по наличию пульсаций в полосах пропускания и задерживания (Баттерворта, Чебышева I или II типов, эллиптический), найти граничные частоты полос пропускания и задерживания. Построить АЧХ, ФЧХ, импульсную характеристику фильтра и структурную схему фильтра в прямой, канонической форме или одной из транспонированных форм в соответствии с заданием.

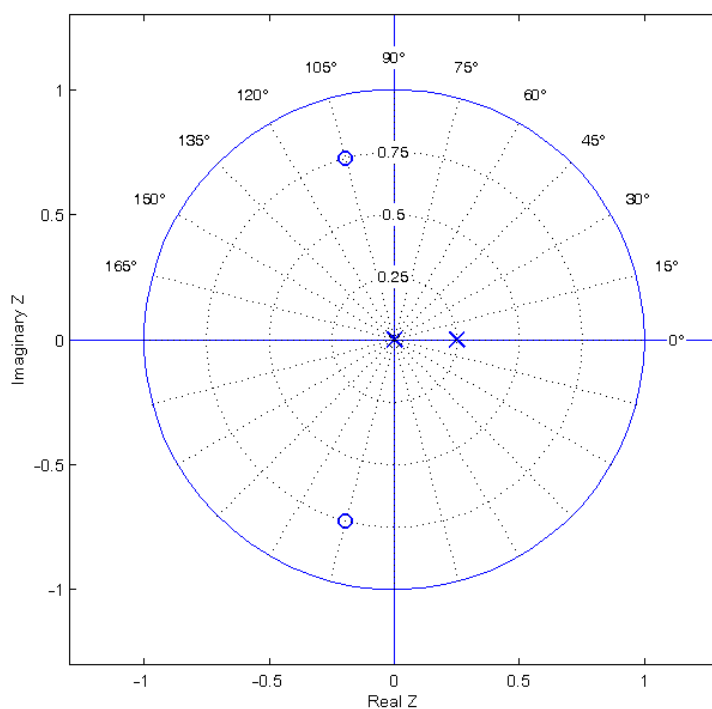
Дополнительно изобразите вид АЧХ фильтра по заданному расположению нулей и полюсов его передаточной функции методом экспресс-анализа:

Вариант 1

Задана передаточная функция дискретного фильтра

$$K(z) = \frac{0.2348516 - 0.9394064z^{-1} + 1.4091096z^{-2} - 0.9394064z^{-3} + 0.2348516z^{-4}}{1 - 1.3076522z^{-1} + 1.0313346z^{-2} - 0.3628047z^{-3} + 0.0558336z^{-4}}$$

Частота дискретизации равна 100 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в канонической форме.

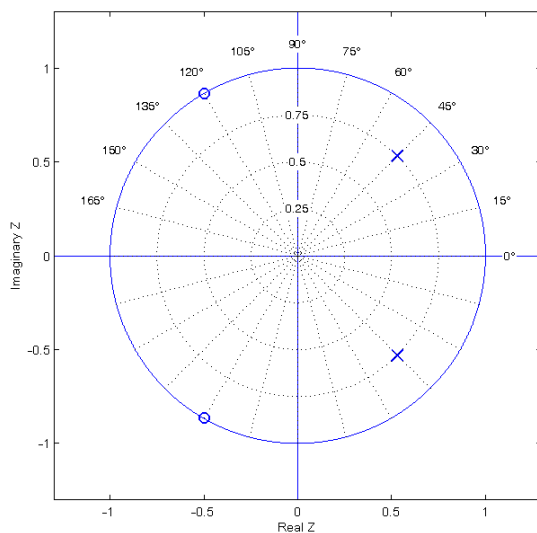


Вариант 2

Задано уравнение фильтрации

$$y_k = 0.1638421x_k - 0.6553684x_{k-1} + 0.9830526x_{k-2} - 0.6553684x_{k-3} + 0.1638421x_{k-4} + \\ + 0.7524266y_{k-1} - 0.6655004y_{k-2} + 0.1743993y_{k-3} - 0.0291471y_{k-4}$$

Частота дискретизации равна 80 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в транспонированной прямой форме.

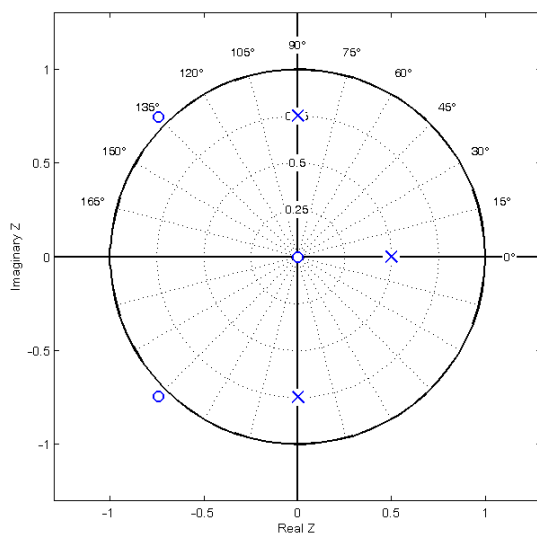


Вариант 3

Задана передаточная функция дискретного фильтра

$$K(z) = -0.0492006 - 0.0140976z^{-1} + 0.1173841z^{-2} + 0.2953019z^{-3} + 0.3796052z^{-4} + \\ + 0.2953019z^{-5} + 0.1173841z^{-6} - 0.0140976z^{-7} - 0.0492006z^{-8}$$

Частота дискретизации – 80 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в прямой форме.

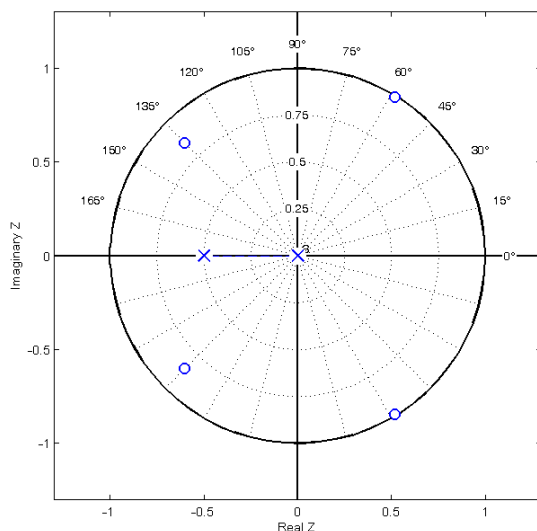


Вариант 4

Задано уравнение фильтрации

$$y_k = -0.043663x_k - 0.0888238x_{k-1} + 0.1010913x_{k-2} + 0.2910065x_{k-3} + 0.4109486x_{k-4} + 0.2910065x_{k-5} + 0.1010913x_{k-6} - 0.0888238x_{k-7} - 0.043663x_{k-8}$$

Частота дискретизации равна 10 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в прямой форме.

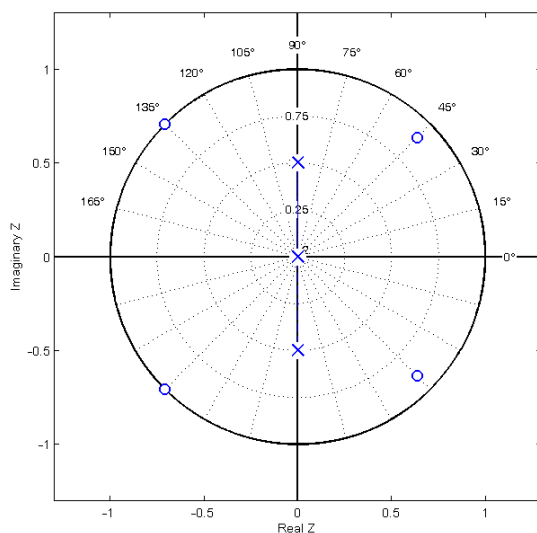


Вариант 5

Задана передаточная функция дискретного фильтра

$$K(z) = \frac{0.0296521 - 0.0593042z^{-2} + 0.0296521z^{-4}}{1 - 1.5891326z^{-1} + 2.098107z^{-2} - 1.1992384z^{-3} + 0.5758788z^{-4}}$$

Частота дискретизации равна 200 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в канонической форме.

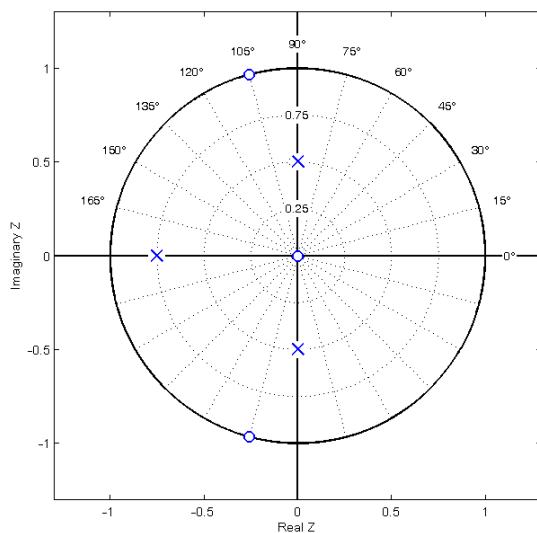


Вариант 6

Задано уравнение фильтрации

$$y_k = 0.02439x_k - 0.09756x_{k-2} + 0.14634x_{k-4} - 0.09756x_{k-6} + 0.02439x_{k-8} - \\ -1.3608869y_{k-2} - 1.0770766y_{k-4} - 0.3854337y_{k-6} - 0.0594886y_{k-8}$$

Частота дискретизации равна 160 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в транспонированной канонической форме.

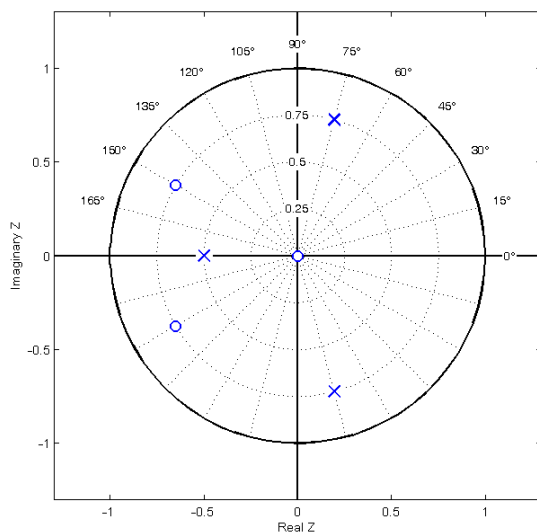


Вариант 7

Задана передаточная функция дискретного фильтра

$$K(z) = \frac{0.021 - 0.063z^{-2} + 0.063z^{-4} - 0.021z^{-6}}{1 - 0.8563748z^{-1} + 2.1357802z^{-2} - 1.2549361z^{-3} + 1.8286681z^{-4} - 0.5855928z^{-5} + 0.5724244z^{-6}}$$

Частота дискретизации равна 20 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в канонической форме.

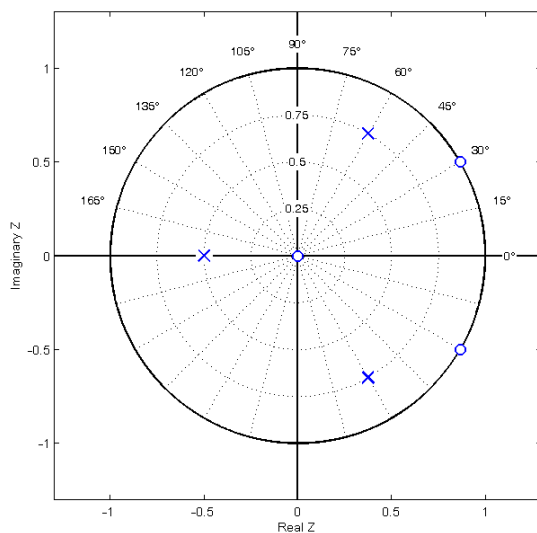


Вариант 8

Задано уравнение фильтрации

$$y_k = 0.253711x_k - 0.4733077x_{k-2} + 0.4733077x_{k-4} - 0.253711x_{k-6} - \\ -0.0008498y_{k-2} - 0.4205823y_{k-4} + 0.0343048y_{k-6}$$

Частота дискретизации равна 40 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в транспонированной прямой форме.

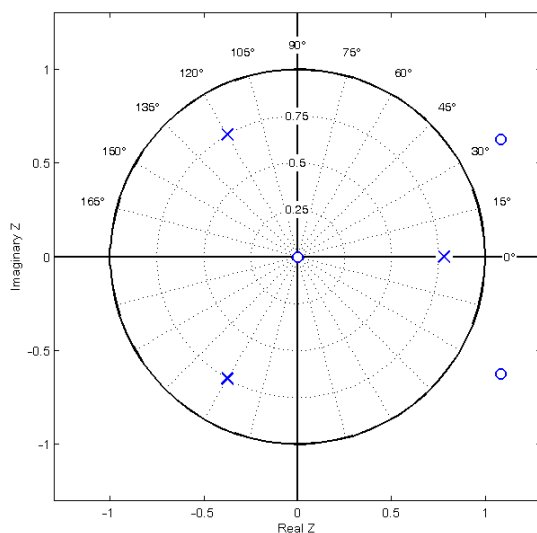


Вариант 9

Задана передаточная функция дискретного фильтра

$$K(z) = 0.0654374 + 0.0725779z^{-2} - 0.3613289z^{-4} + 0.5256532z^{-6} - 0.3613289z^{-8} + \\ + 0.0725779z^{-10} + 0.0654374z^{-12}$$

Частота дискретизации равна 80 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в прямой форме.

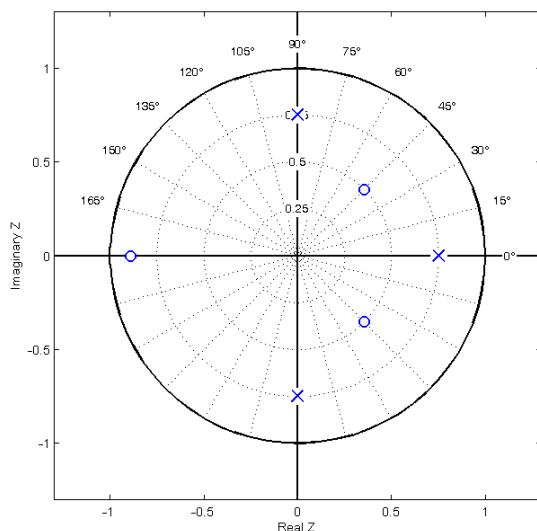


Вариант 10

Задано уравнение фильтрации

$$y_k = -0.0352284x_k + 0.1696576x_{k-1} - 0.0346793x_{k-2} - 0.3181493x_{k-3} + 0.5307273x_{k-4} - 0.3181493x_{k-5} - 0.0346793x_{k-6} + 0.1696576x_{k-7} - 0.0352284x_{k-8}$$

Частота дискретизации равна 10 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в прямой форме.

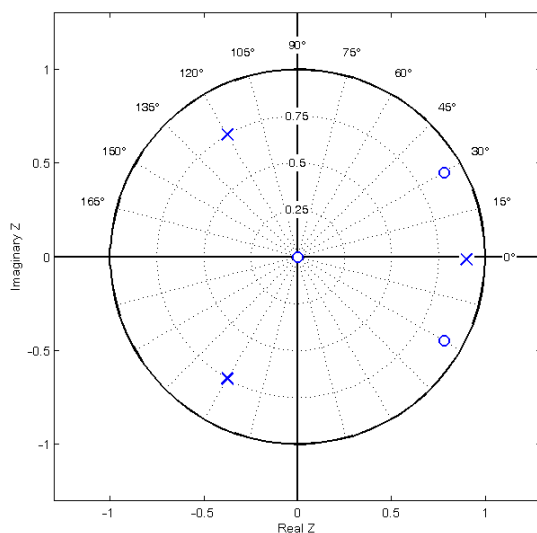


Вариант 11

Задана передаточная функция дискретного фильтра

$$K(z) = \frac{0.0303427 - 0.1213708z^{-1} + 0.1820562z^{-2} - 0.1213708z^{-3} + 0.0303427z^{-4}}{1 + 1.122974z^{-1} + 1.5314065z^{-2} + 1.0000358z^{-3} + 0.5602689z^{-4}}$$

Частота дискретизации равна 200 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в канонической форме.

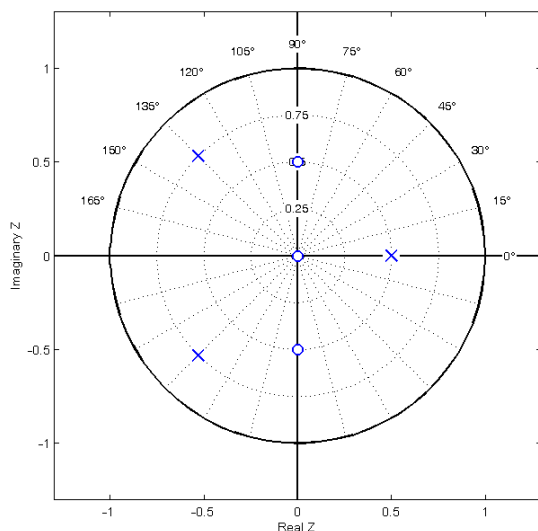


Вариант 12

Задано уравнение фильтрации

$$y_k = 0.0098357x_k - 0.0393428x_{k-1} + 0.0590142x_{k-2} - 0.0393428x_{k-3} + 0.0098357x_{k-4} - \\ -1.9907694y_{k-1} - 1.7649938y_{k-2} - 0.7403052y_{k-3} - 0.1234523y_{k-4}$$

Частота дискретизации равна 1000 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в прямой форме.

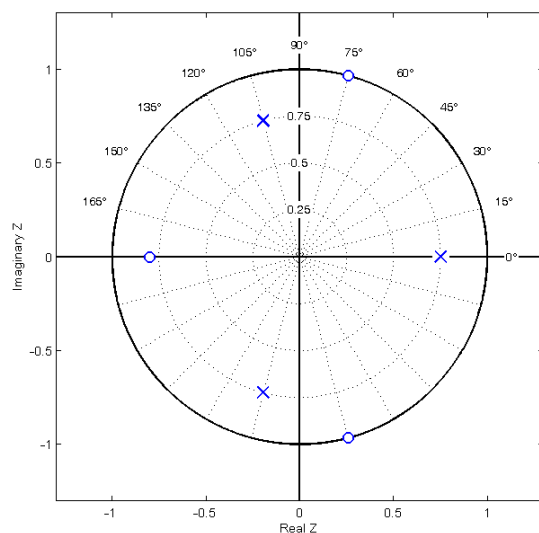


Вариант 13

Задана передаточная функция дискретного фильтра

$$K(z) = \frac{0.132078 - 0.66039z^{-1} + 1.32078z^{-2} - 1.32078z^{-3} + 0.66039z^{-4} - 0.132078z^{-5}}{1 - 1.2863659z^{-1} + 1.214727z^{-2} - 0.5533106z^{-3} + 0.1549037z^{-4} - 0.0171878z^{-5}}$$

Частота дискретизации равна 400 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в канонической форме.

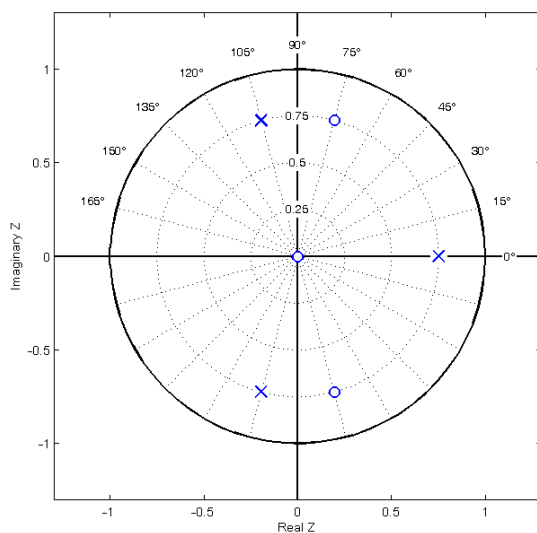


Вариант 14

Задано уравнение фильтрации

$$y_k = 0.0205467x_k + 0.0802247x_{k-1} + 0.1537616x_{k-2} + 0.2275722x_{k-3} + 0.2542041x_{k-4} + 0.2275722x_{k-5} + 0.1537616x_{k-6} + 0.0802247x_{k-7} + 0.0205467x_{k-8}$$

Частота дискретизации равна 12 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в прямой форме.

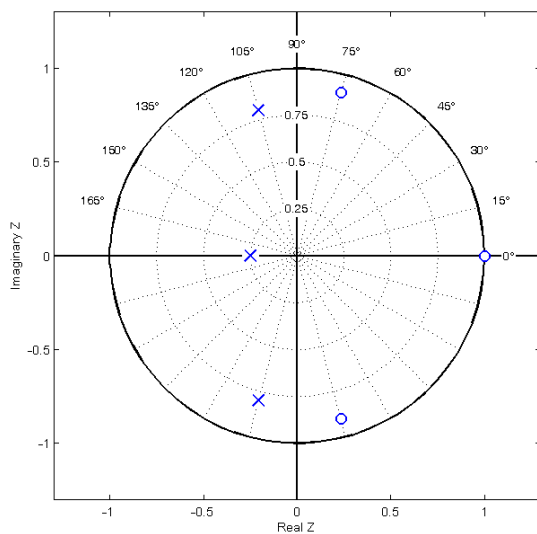


Вариант 15

Задана передаточная функция дискретного фильтра

$$K(z) = \frac{0.0053 - 0.0159z^{-2} + 0.0159z^{-4} - 0.0053z^{-6}}{1 - 3.73649z^{-1} + 6.9106222z^{-2} - 7.6101529z^{-3} + 5.3079427z^{-4} - 2.201937z^{-5} + 0.4535313z^{-6}}$$

Частота дискретизации равна 400 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в канонической форме.

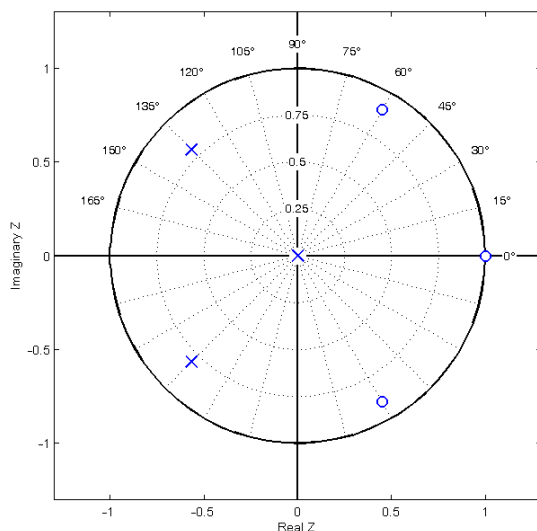


Вариант 16

Задано уравнение фильтрации

$$y_k = -0.0480768x_k - 0.0321972x_{k-1} + 0.1977803x_{k-2} + 0.4896295x_{k-3} + 0.4896295x_{k-4} + 0.1977803x_{k-5} - 0.0321972x_{k-6} - 0.0480768x_{k-7}$$

Частота дискретизации равна 600 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в прямой форме.

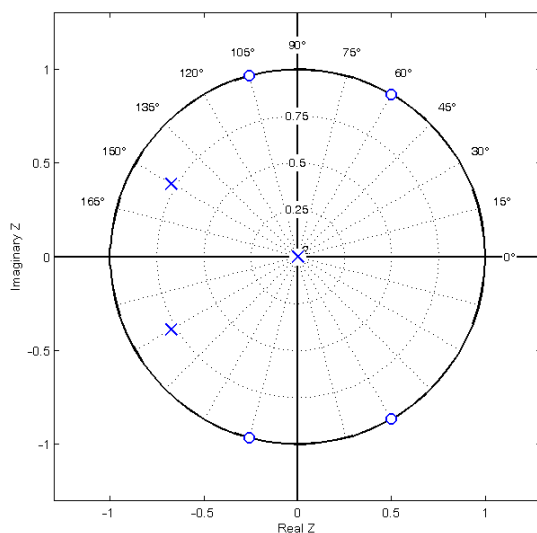


Вариант 17

Задана передаточная функция дискретного фильтра

$$K(z) = \frac{0.0125 - 0.0375z^{-2} + 0.0375z^{-4} - 0.0125z^{-6}}{1 + 2.1303857z^{-2} + 1.858064z^{-4} + 0.62766z^{-6}}$$

Частота дискретизации равна 160 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в канонической форме.

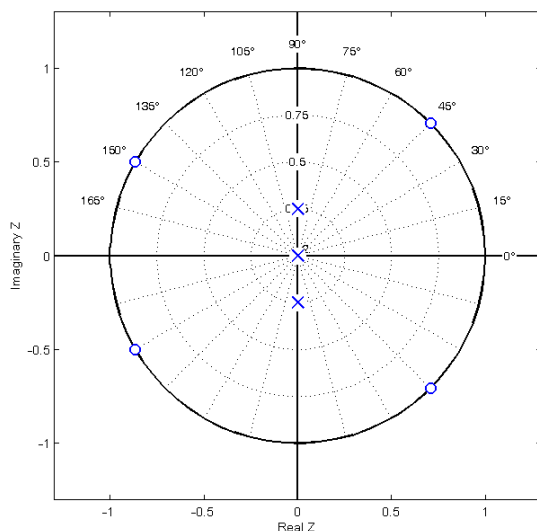


Вариант 18

Задано уравнение фильтрации

$$y_k = 0.0889815x_k + 0.3559261x_{k-2} + 0.5338892x_{k-4} + 0.3559261x_{k-6} + 0.0889815x_{k-8} + 0.0673709y_{k-2} - 0.4874635y_{k-4} + 0.0141405y_{k-6} - 0.0177525y_{k-8}$$

Частота дискретизации равна 100 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в транспонированной канонической форме.

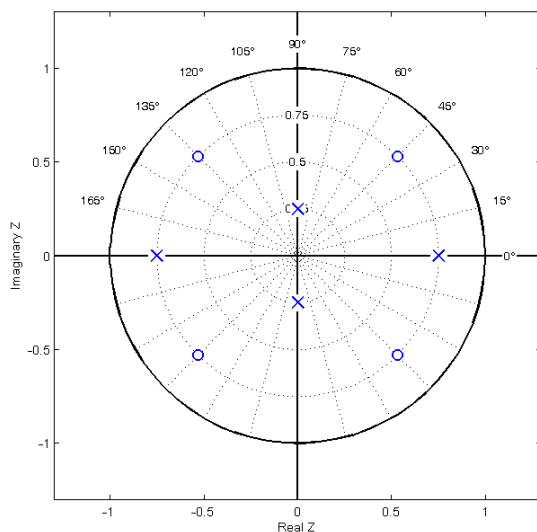


Вариант 19

Задана передаточная функция дискретного фильтра

$$K(z) = \frac{0.047576 + 0.1427281z^{-2} + 0.1427281z^{-4} + 0.047576z^{-6}}{1 - 1.314588z^{-2} + 1.1704345z^{-4} - 0.4752383z^{-6}}$$

Частота дискретизации равна 100 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в транспонированной прямой форме.



Вариант 20

Задано уравнение фильтрации

$$y_k = 0.1968415x_k + 0.5327554x_{k-2} + 0.5327554x_{k-4} + 0.1968415x_{k-6} - \\ -0.0896679y_{k-2} - 0.355244y_{k-4} - 0.0142819y_{k-6}$$

Частота дискретизации равна 100 кГц. Изобразить структурную схему фильтра в прямой форме.

