

## КИХ-фильтры с линейной ФЧХ

Цифровой КИХ-фильтр обладает линейной ФЧХ если его коэффициенты симметричны или антисимметричны:

$$b_k = b_{N-1-k} \qquad b_k = -b_{N-1-k}.$$

Импульсная характеристика фильтров также симметрична или антисимметрична:

$$h_k = h_{N-1-k} \qquad h_k = -h_{N-1-k}$$

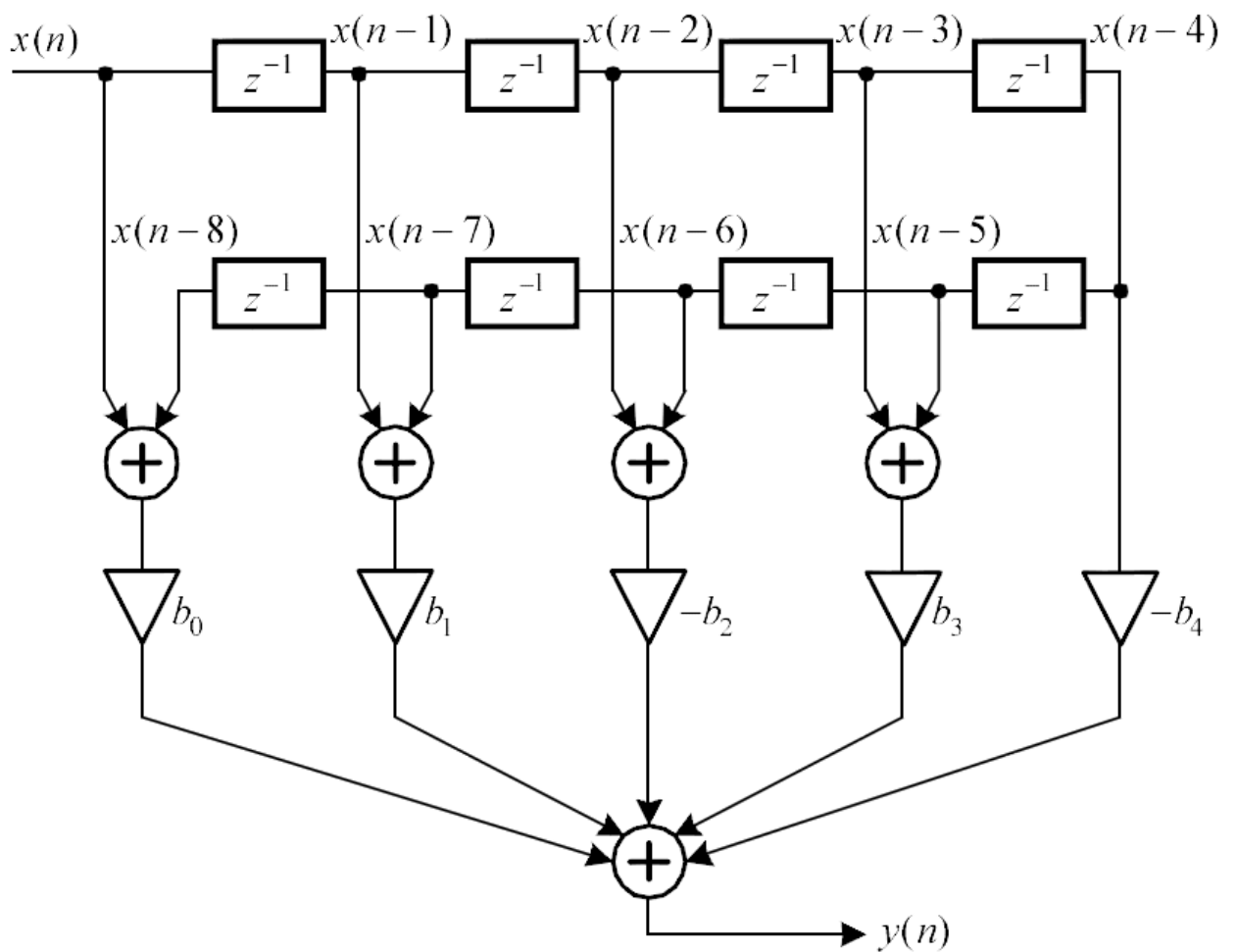
### Типы КИХ-фильтров с линейной ФЧХ

Длина импульсной характеристики (число коэффициентов) $N$	Порядок фильтра $R = N - 1$	Импульсная характеристика	
		Симметричная	Антисимметричная
Нечетная	Четный	Тип 1, $m = 0$	Тип 3, $m = 1$
Четная	Нечетный	Тип 2, $m = 0$	Тип 4, $m = 1$

Фильтр 1-го типа

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} - b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} - b_4 z^{-4} + b_3 z^{-5} - b_2 z^{-6} + b_1 z^{-7} + b_0 z^{-8}$$

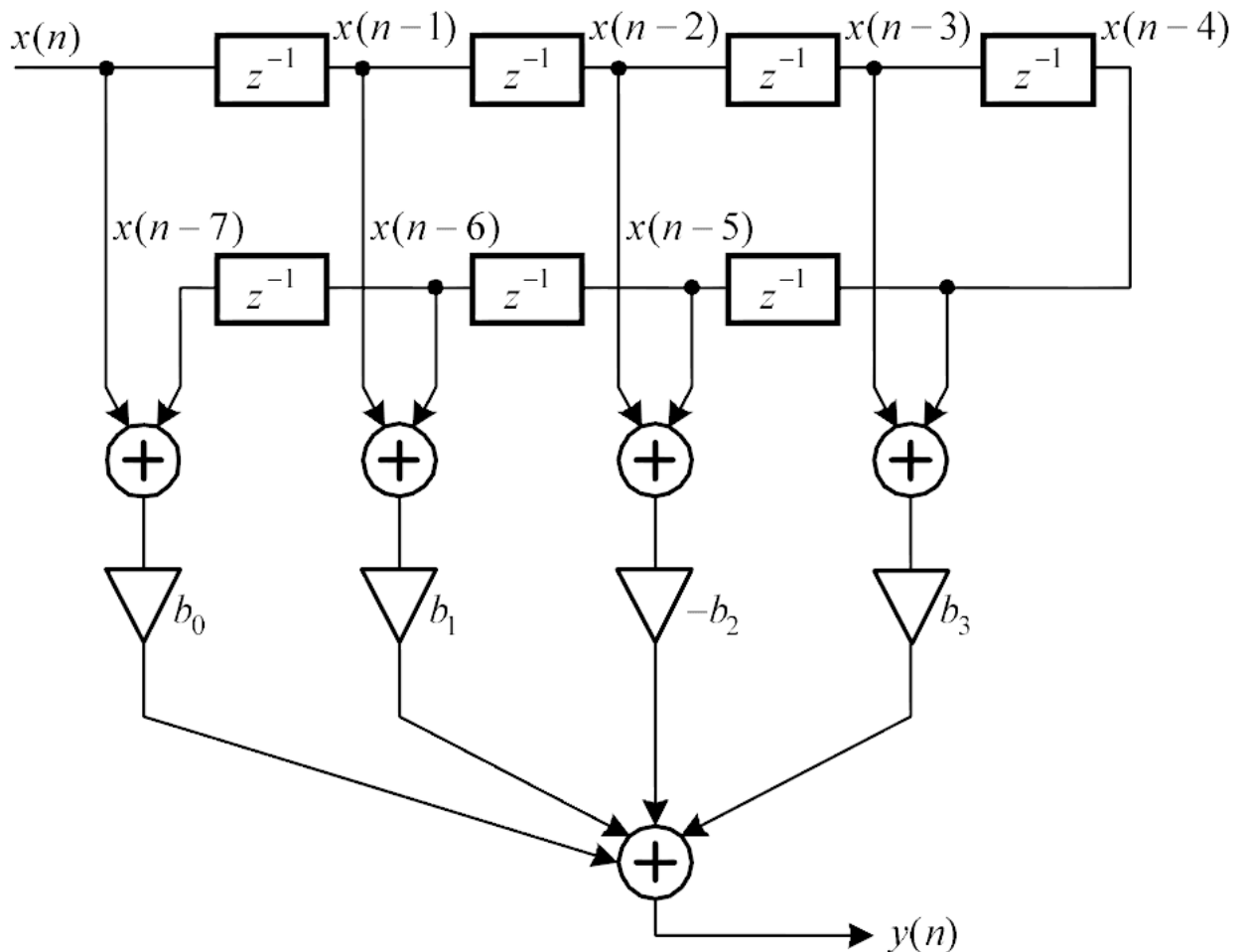
$$H(z) = b_0(1 + z^{-8}) + b_1(z^{-1} + z^{-7}) - b_2(z^{-2} + z^{-6}) + b_3(z^{-3} + z^{-5}) - b_4 z^{-4}.$$



Фильтр 2-го типа

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} - b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3} + b_3 z^{-4} - b_2 z^{-5} + b_1 z^{-6} + b_0 z^{-7}$$

$$H(z) = b_0(1 + z^{-7}) + b_1(z^{-1} + z^{-6}) - b_2(z^{-2} + z^{-5}) + b_3(z^{-3} + z^{-4})$$



Частотная характеристика КИХ-фильтров с линейной ФЧХ

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = B(e^{j\hat{\omega}}) e^{-j\left(\frac{N-1}{2}\hat{\omega} - m\frac{\pi}{2}\right)} = B(\hat{\omega}) e^{-j\left(\frac{N-1}{2}\hat{\omega} - m\frac{\pi}{2}\right)}, \quad m = \{0, 1\}.$$

АЧХ фильтра

$$A(\hat{\omega}) = |H(e^{j\hat{\omega}})| = |B(\hat{\omega})|$$

Для фильтра 1-го типа

$$H_1(e^{j\hat{\omega}}) = e^{-j\frac{R}{2}\hat{\omega}} \sum_{k=0}^{\frac{R}{2}} a_k \cos\left[\left(\frac{R}{2} - k\right)\hat{\omega}\right] \quad 2b_k = 2h_k = a_k$$

Амплитудная функция

$$B_1(e^{j\hat{\omega}}) = \sum_{k=0}^{\frac{R}{2}} a_k \cos\left[\left(\frac{R}{2} - k\right)\hat{\omega}\right]$$