

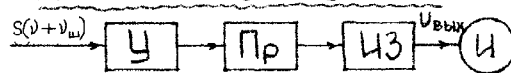
Комплексные измерительные системы

1. Ограничения точности р/н измерений

В РИС используются два основных типа измерителей информативного параметра сигнала ν :

- с непосредственным отсчетом,
- следящие.

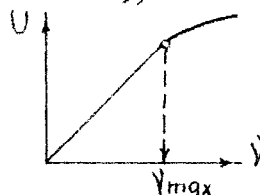
1) Измеритель с непосредственным отсчетом ν



$$U_{\text{ввых}} = \underbrace{K_{\text{У}} \cdot K_{\text{Пр}} \cdot K_{\text{ЦЗ}}}_{K_{\text{И}}} (\nu + \nu_{\text{ш}})$$

Отсюда:

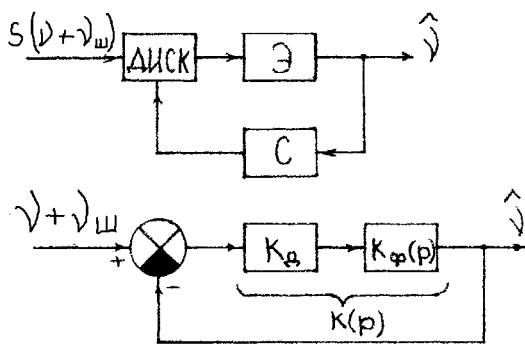
а) систематическая погрешность при изменении $K_{\text{И}}$ (калибровка перед измерением);



б) ограничение динамического диапазона параметра ν (линейная часть характеристики преобразователя Пр);

в) флуктуационная погрешность ($\downarrow \sigma_{\text{фл}} \rightarrow \downarrow \Delta F_{\text{ЦЗ}}$).

2) Следящий измеритель



Достоинства: отсутствие систематической погрешности и ограничений на динамический диапазон измеряемого параметра ν .

Отсюда большая точность.

Основные погрешности:

- флуктуационная
- динамическая

а) флуктуационная погрешность

Для входных воздействий $\nu(t), \nu_{\text{ш}}(t)$ следящий измеритель \rightarrow фильтр с полосой

$$\Delta F_{\text{ЗС}} = \int |K_{\text{ЗС}}(j\omega)|^2 df$$

где $K_{\text{ЗС}}(j\omega)$ - АЧХ замкнутой системы, определяется из формулы для операторного коэффициента передачи

$$K_{\text{ЗС}}(p) = \frac{K(p)}{1 + K(p)}$$

заменой „р” на „jω”.

Считается, что астатизм $m \geq 1$, т.е. $K_{\text{ЗС}}(0) = 1$.

Обычно $\Delta F_{\text{ЗС}} \ll \Delta F_{\text{ш}}$,

поэтому

$$\sigma_{\text{фл}}^2 = N_{\nu_{\text{ш}}}(0) \Delta F_{\text{ЗС}}$$

б) Динамическая погрешность

- зависит от характера изменения $\dot{V}(t)$, т.е. $W(t)$, и степени астатизма m . Динамическая погрешность в установившемся режиме равна 0, если $m \geq n+1$, где n - порядок дифференц. уравнения $\dot{V}(t)$ [или $W(t)$].

Обычно $m < n+1$ (из-за сложности Э, устойчивости и т.п.).

При $m=n$ динамическая погрешность

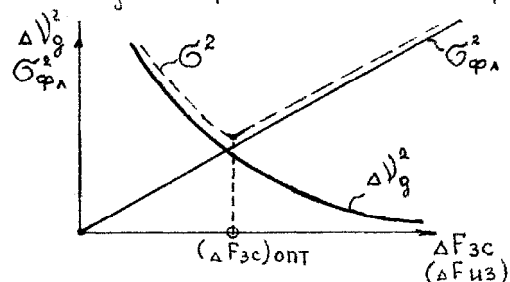
$$\Delta \dot{V}_g = \frac{\dot{V}^{(m)}}{K_{pc}} ;$$

при $m < n$

$$\Delta \dot{V}_g = \frac{\dot{V}^{(m)}}{K_{pc}} \cdot t ,$$

где K_{pc} - коэффициент передачи разомкнутого следящего измерителя.

$$\downarrow \Delta \dot{V}_g \rightarrow \uparrow K_{pc} \rightarrow \uparrow \Delta F_{зс} \rightarrow \uparrow \sigma_{\phi\lambda}^2$$



$$\sigma^2 = \Delta \dot{V}_g^2 + \sigma_{\phi\lambda}^2 \Rightarrow \min.$$

$\Delta F_{зс}$ оптимальна только при заданной динамике $\dot{V}(t)$, т.е. при заданной динамике $\dot{V}(t)$, полета ЛА. Адаптивность к условиям полета \rightarrow усложнение измерителя.

Общий путь $\downarrow \sigma$ - комплексирование измерителей.

2. Принципы комплексирования измерителей.

Комплексирование основано на избыточности измерительной системы и дает \uparrow точности и \uparrow надежности.

Пусть имеются два измерителя одного параметра $W(t)$ [избыточность], не содержащих инерционных звеньев и вырабатывающих сигналы

$$U_1 = W(t) + W_{ш.1}(t),$$

$$U_2 = W(t) + W_{ш.2}(t),$$

где коэф. пропорциональности принят $=1$; $W_{ш.1,2}(t)$ - стационарные независимые случайные процессы, соответствующие помехам на выходах измерителей.

Найдем инвариантный относительно $W(t)$ алгоритм обработки этих сигналов.

Перейдем к процессу:

$$Z(t) = U_1(t) - U_2(t) =$$

$$= W_{ш.1}(t) - W_{ш.2}(t),$$

не содержащему $W(t)$.

Пропустим $Z(t)$ через фильтр, выделяющий, например, $\hat{W}_{ш.1}$, и образуем разность:

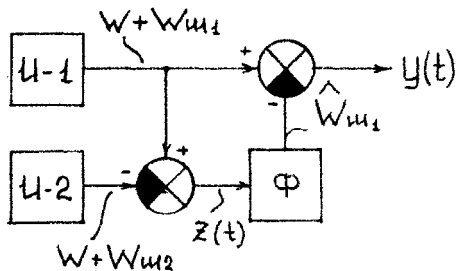
$$y(t) = U_1(t) - \hat{W}_{ш.1}(t) =$$

$$= W(t) + [W_{ш.1}(t) - \hat{W}_{ш.1}(t)].$$

В полученном алгоритме выделяется информация о $W(t)$ и компенсируется $W_{ш.1}(t)$ т.е. увеличивается точность

($\downarrow \sigma_{\phi\lambda}$). А как динамическая погрешность?

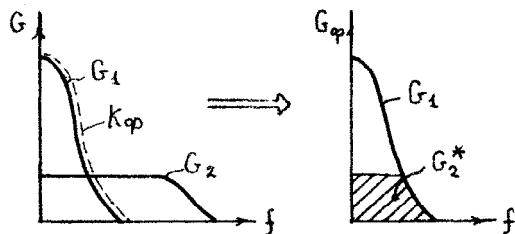
Синтезированная схема комплексной системы (схема компенсации):



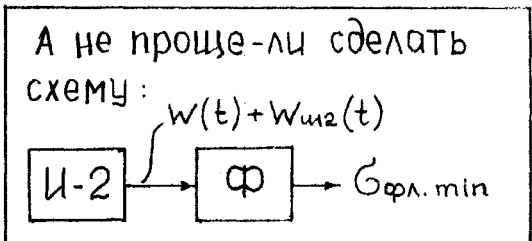
Измерители U-1 и U-2 должны использовать разные физические принципы. Тогда у них будут разные спектры помех $S_1(f)$ и $S_2(f)$, соответствующие $W_{ш1,2}(t)$, и легче выделить $W_{ш1}$ (или $W_{ш2}$).

Задача ↑ точности достигнута, а как с ↑ надежности?

Обычно спектры $G_1(f)$ и $G_2(f)$ перекрываются, что приводит к снижению точности комплексной системы:



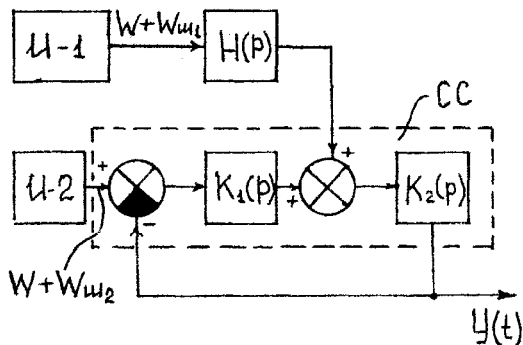
Тогда: $y(p) = W(p) + W_{ш1}(p) - K_{\phi}(p)[W_{ш1}(p) - W_{ш2}(p)]$, (*) где $K_{\phi}(p)$ - операторный коэф. передачи фильтра. Отсюда $W_{ш}(p) = K_{\phi}(p)W_{ш2}(p) + W_{ш1}(p)[1 - K_{\phi}(p)]$, и дисперсия флукт. погрешности $G_{\phi\lambda}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [G_2(f)|K_{\phi}(j\omega)|^2 + G_1(f)(1 - |K_{\phi}(j\omega)|^2)] df$.



Комплексирование не приводит к дополнительной динамической погрешности, т.к. полезный сигнал W не проходит через инерционные звенья.

Вывод: комплексная система инвариантна к изменениям параметра $W(t)$.

Пусть теперь в Р/Т измерителе применена следящая система. В этом случае комплексирование упрощается, т.к. можно использовать элементы следящей системы в качестве фильтров.



$$y(p) = \frac{K(p) + H(p)K_2(p)}{1 + K(p)} W(p) + \frac{H(p)K_2(p)}{1 + K(p)} W_{ш1}(p) + \frac{K(p)}{1 + K(p)} W_{ш2}(p),$$

где $K(p) = K_1(p)K_2(p)$.

Выберем параметры так, чтобы: $K_2(p)H(p) = 1$, тогда

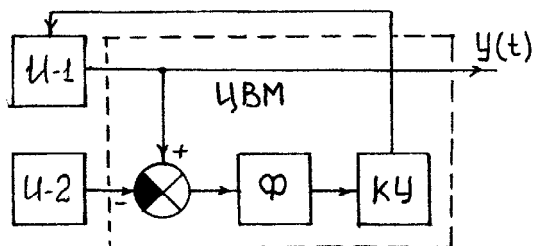
$$y(p) = W(p) + \frac{1}{1 + K(p)} W_{ш1}(p) + \frac{K(p)}{1 + K(p)} W_{ш2}(p) \quad (**)$$

Обозначим

$$K_{\phi}(p) = \frac{K(p)}{1 + K(p)},$$

тогда **(**)** принимает вид **(*)**, т.е. полученная схема эквивалентна схеме компенсации.

Рассмотрим замкнутую схему компенсации:



фильтр Φ - оценка погрешностей $W_{ш1}$ (в том числе накапливающихся), корректир. ус-во КУ - устранен. их причин.

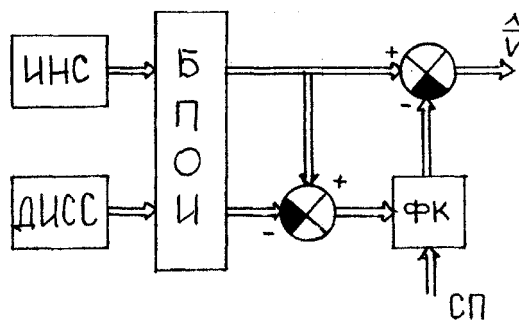
3. комплексные навигационные системы (КНС)

КНС - система, состоящая из нескольких (не менее двух) разнородных измерителей одного и того же параметра W , объединенных ЦВМ, которая оценивает погрешности одного из измерителей (основного) и корректирует эти погрешности или основной измеритель.

Основной измеритель обычно ИНС, обладающая малой собственной динамической погрешностью.

Основной элемент КНС - многомерный фильтр Калмана, важной особенностью которого является рекуррентность алгоритма оценки, что уменьшает требования к объему памяти ЦВМ.

КНС определения скорости:



СП - статистики погрешностей.

Оптимальные комплексированные системы

Фильтр Винера

Наблюдается процесс $y(t)$, зависящий от фильтруемого (информационного) процесса $\theta(t)$. Эта зависимость задается взаимной корреляционной функцией информационного и наблюдаемого процессов $R_{\theta y}(t_1, t_2)$. Известна также автокорреляционная функция наблюдаемого процесса $R_y(t_1, t_2)$. Процессы $\theta(t)$ и $y(t)$ в общем случае могут быть негауссовскими.

Необходимо синтезировать оптимальный по критерию минимума СКО линейный фильтр получения оценки $\hat{\theta}(t)$: $\hat{\theta}(t) = \int_0^t g_{\text{опт}}(t, \tau) y(\tau) d\tau$, где $g_{\text{опт}}(t, \tau)$ – импульсная характеристика оптимального фильтра. Как показано Н. Винером, $g_{\text{опт}}(t, \tau)$ может быть найдена из интегрального уравнения (уравнения Винера)

$$R_{\theta y}(t, \nu) = \int_0^t g_{\text{опт}}(t, \tau) R(\tau, \nu) d\tau, \quad \nu \in [0, t].$$

Если процессы $y(t)$ и $\theta(t)$ стационарны и стационарно связаны, то корреляционные функции $R_y(t_1, t_2)$ и $R_{\theta y}(t_1, t_2)$ зависят только от разности $\tau = t_1 - t_2$. Импульсная характеристика оптимального фильтра в этом случае находится из уравнения Винера-Хопфа

$$R_{\theta y}(\tau) = \int_0^t g_{\text{опт}}(t) R_y(\tau - t) dt, .$$

Решение уравнения Винера-Хопфа возможно для процессов, спектральная плотность которых $G(\omega)$ является дробно-рациональной относительно ω^2 , и для случая векторных процессов $y(t)$ и $\theta(t)$, что характерно для комплексированных систем, представляет трудную задачу.

Фильтр Калмана непрерывного процесса

Наблюдается векторный процесс $y(t) = \mathbf{H}(t)\theta(t) + \mathbf{n}(t)$, где $\mathbf{n}(t)$ – белый гауссовский шум (ошибки измерений), $\mathbf{H}(t)$ – матрица преобразования $\theta(t)$ в наблюдения. Фильтруемый (информационный) векторный случайный процесс $\theta(t)$ описывается линейным дифференциальным уравнением

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \mathbf{\Phi}(t)\theta(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{\Gamma}(t)\xi(t), \quad \theta(0) = \theta_0,$$

Где $\mathbf{\Phi}(t)$ – матрица функций, определяющая корреляционные свойства информационного процесса (изменение параметров системы во времени), $\mathbf{B}(t)$ – матрица весовых функций, определяющих влияние детерминированного векторного процесса $\mathbf{u}(t)$ на поведение системы, $\mathbf{\Gamma}(t)$ – аналогичная матрица, определяющая влияние компонентов векторного белого шума $\xi(t)$ – случайную составляющую информационного процесса.

Оптимальный фильтр Калмана, также минимизирующий СКО, при этих условиях описывается уравнением

$$\frac{d\hat{\theta}(t)}{dt} = \mathbf{\Phi}(t)\hat{\theta}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) + \mathbf{K}(t)[y(t) - \mathbf{H}(t)\hat{\theta}(t)], \quad \hat{\theta}(0) = \theta_0, \quad \text{где}$$

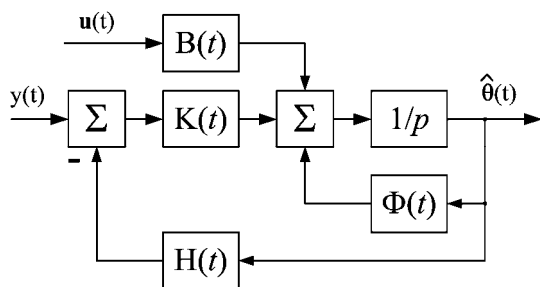
$\mathbf{K}(t) = \mathbf{R}_\theta(t)\mathbf{H}^T(t)\mathbf{N}_n^{-1}$ – матричный коэффициент усиления,

$\mathbf{R}_\theta(t)$ – матрица дисперсий ошибок фильтрации, которую можно найти из матричного уравнения Риккати

$$\frac{d\mathbf{R}_\theta}{dt} = \mathbf{\Phi}(t)\mathbf{R}_\theta + \mathbf{R}_\theta^T\mathbf{\Phi}(t) - \mathbf{R}_\theta\mathbf{H}^T(t)\mathbf{N}_n^{-1}\mathbf{H}(t)\mathbf{R}_\theta^T + \mathbf{\Gamma}(t)\mathbf{S}_\xi\mathbf{\Gamma}^T(t), \quad \mathbf{R}_\theta(0) = \mathbf{R}_{\theta_0},$$

где \mathbf{N}_n и \mathbf{S}_ξ – корреляционные матрицы ошибок измерения $\mathbf{n}(t)$ и порождающего шума $\xi(t)$

соответственно.



Фильтр Калмана непрерывного процесса

Фильтр Калмана дискретного процесса

Фильтр Калмана 2-го порядка

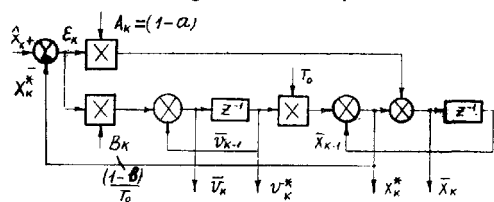
$$\hat{x}_k = x_k + \xi_k$$

$$x_k = x_0 + v_k T_0$$

$$\begin{cases} \bar{x}_k = x_k^* + A_k (\hat{x}_k - x_k^*) \\ x_k^* = \bar{x}_{k-1} + \bar{v}_k T_0 \\ \bar{v}_k = \bar{v}_{k-1} + B_k (\hat{x}_k - x_k^*) \end{cases}$$

$$\varepsilon_k = \hat{x}_k - x_k^*$$

$$\begin{cases} A_k = \frac{2(2k-1)}{k(k+1)} \\ B_k = \frac{1}{T_0} \frac{6}{k(k+1)} \end{cases}$$



Фильтр Калмана векторного процесса

$$\vec{\Theta}_{k+1} = \Phi \vec{\Theta}_k + \vec{n}_{1k} \text{ - МОДЕЛЬ ДВИЖ.}$$

$$\vec{n}_{1k} = \Gamma_k \vec{w}_k \text{ - ВОЗМУЩ. ВОЗДЕЙСТВ.}$$

Φ - матрица экстраполяции $\vec{\Theta}_k$

При $\vec{\Theta}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ v_k \\ g_k \end{bmatrix}$: $\Phi = \begin{bmatrix} 1 & T_0 & T_0^2/2 \\ 0 & 1 & T_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

НАБЛЮДАЕТСЯ $\hat{x}_k = H \vec{\Theta}_k + \vec{n}_k$

Для $\hat{x}_k = x_k$: $H = [1, 0, 0]$

$$\begin{cases} \vec{\Theta}_k = \vec{\Theta}_k^* + K_k (\hat{x}_k - H \vec{\Theta}_k^*) \\ \vec{\Theta}_k^* = \Phi \vec{\Theta}_{k-1} \\ K_k = f(k, \vec{N}) \end{cases}$$

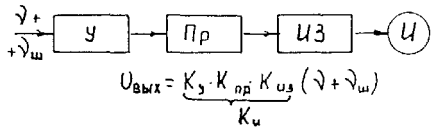
\vec{N} - коррел. матрица K_k

Уравнения фильтра Калмана дискретного векторного процесса

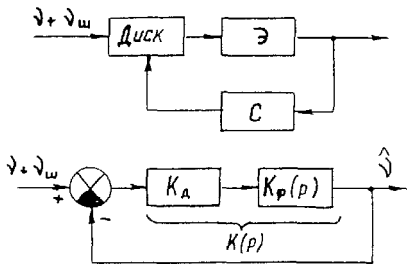
1. $\hat{\theta}_k^* = \Phi \hat{\theta}_{k-1}$ - уравнение экстраполяции оценки
2. $\Psi_k^* = \Phi \Psi_{k-1} \Phi^T$ - корреляционная матрица ошибок экстраполяции
3. $\Psi_k^{-1} = \Psi_{k-1}^{*-1} + H^T R^{-1} H$ - корреляционная матрица ошибок оценивания
4. $K_k = \Psi_k H^T R^{-1}$ - матричный коэффициент усиления фильтра Калмана
5. $\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_k^* + K_k (y_k - H \hat{\theta}_k^*)$ - основное уравнение фильтрации

Раздаточный материал по теме «Комплексирование измерителей»

а) Измеритель с непосредственным отсчетом V



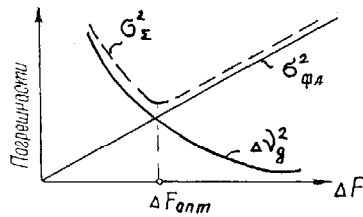
б) Следящий измеритель



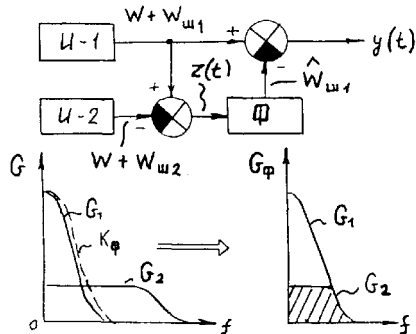
$$\Delta F_{3c} = \int_{-\infty}^{\infty} |K_{3c}(j\omega)|^2 df$$

$$K_{3c}(p) = \frac{K(p)}{1 + K(p)}$$

а) Погрешности измерителей



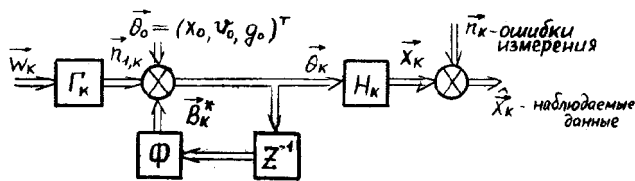
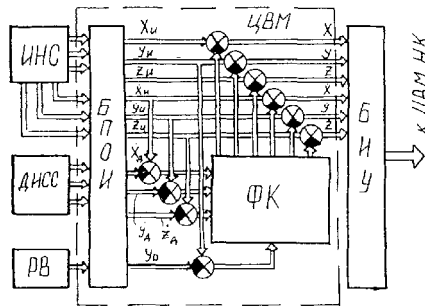
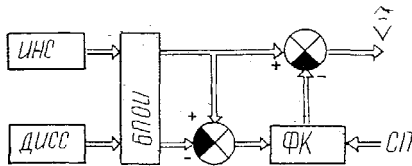
б) Схема компенсации



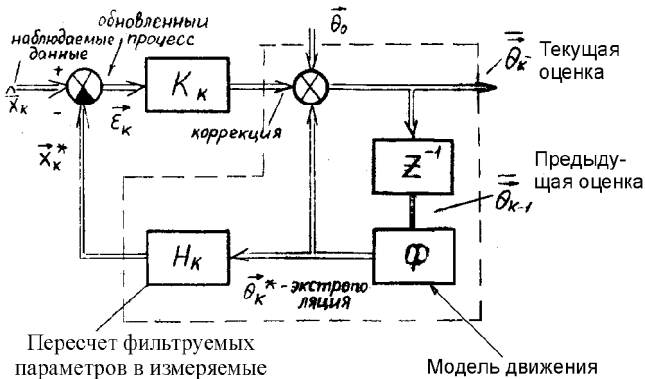
Комплексные навигационные системы

б) КНС определения местоположения и скорости

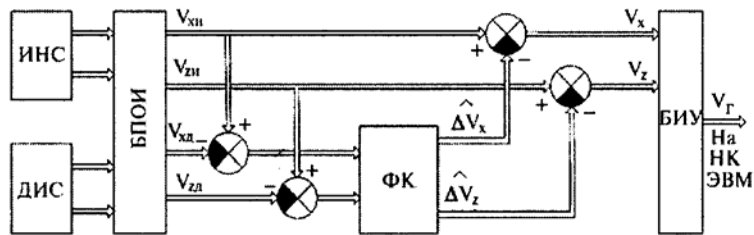
а) КНС определения скорости



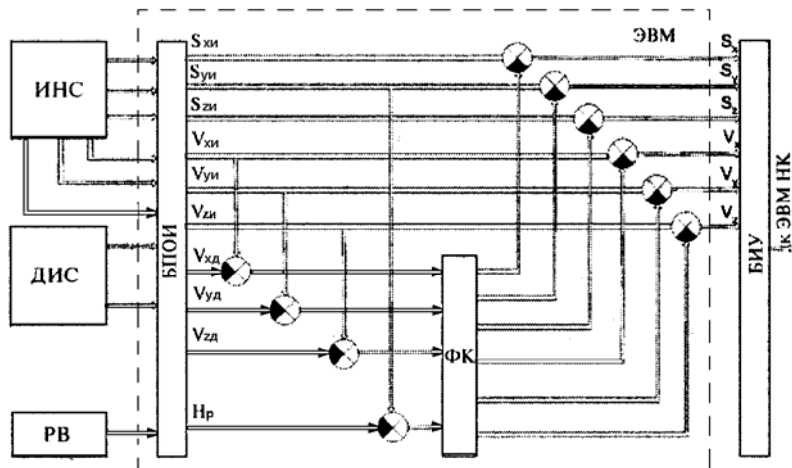
Структурная схема модели движения



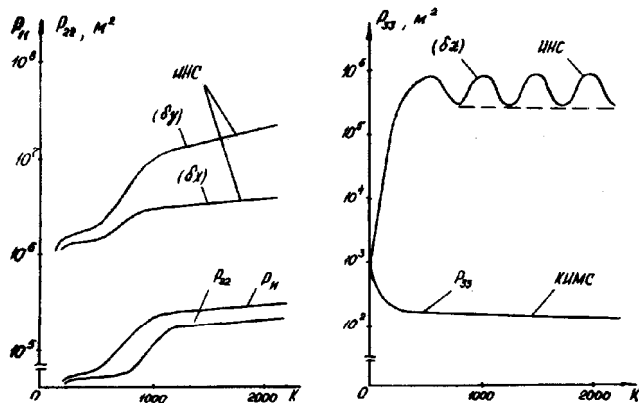
Структурная схема фильтра Калмана дискретного векторного процесса



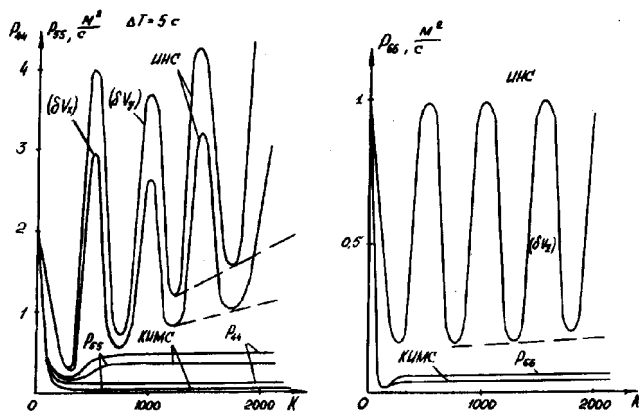
Структурная схема комплексной навигационной системы измерения скорости ЛА



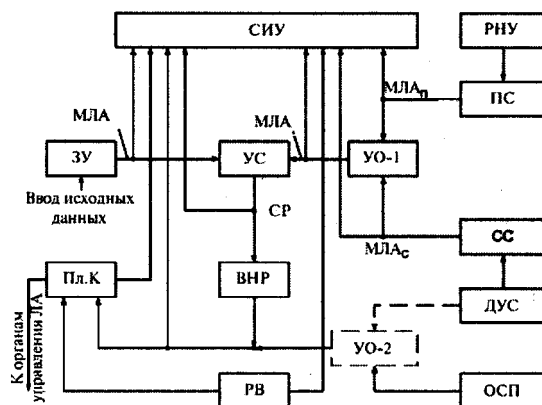
Структурная схема комплексной навигационной системы определения местоположения и скорости ЛА



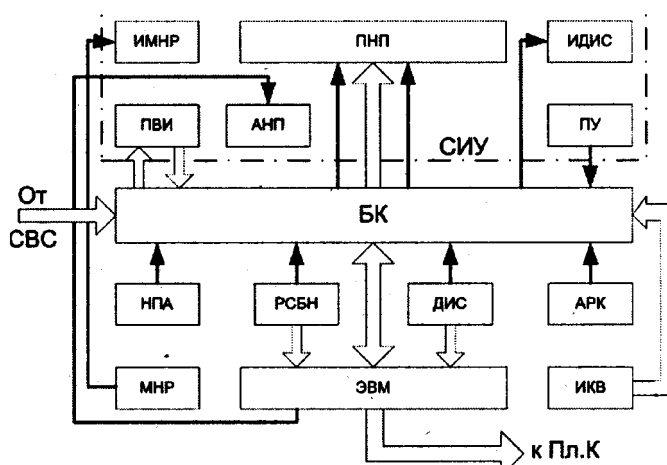
Ошибки измерения горизонтальных P_{11} и P_{22} и вертикальной P_{33} координат



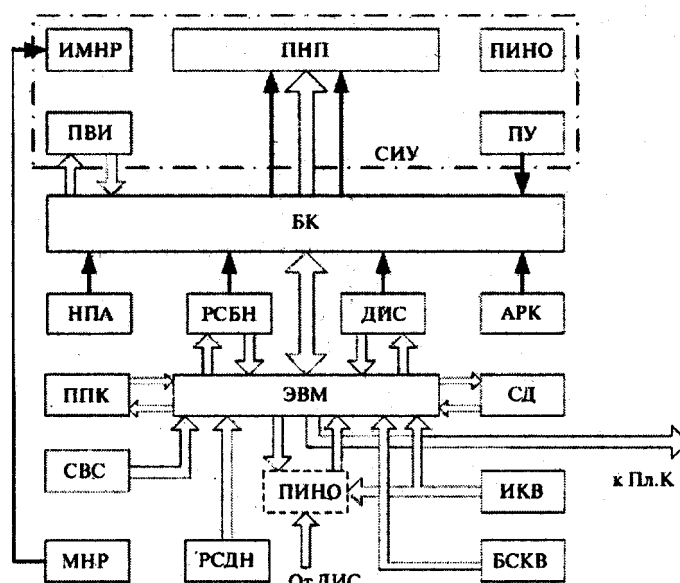
Ошибки измерения скорости



Общий алгоритм работы навигационного комплекса



Упрощенная структурная схема навигационного комплекса ближнего магистрального самолета



Упрощенная структурная схема навигационного комплекса среднего магистрального самолета