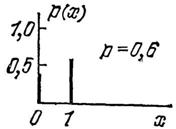
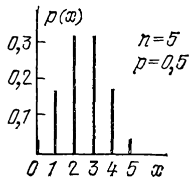
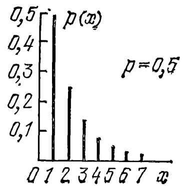
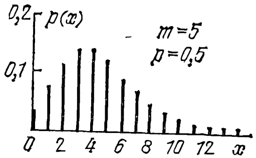
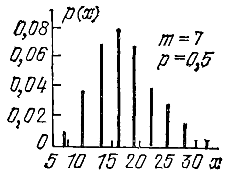
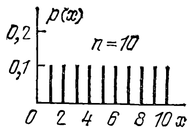
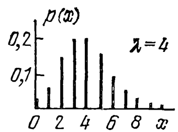
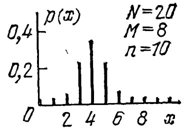
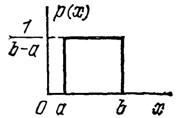
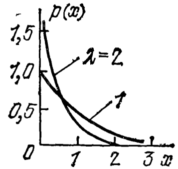
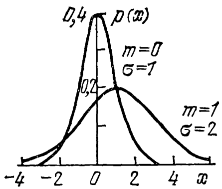
Таблица 1.1

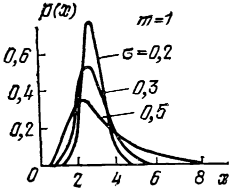
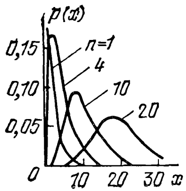
Законы распределения случайных величин

Закон распределения	Аналитическое выражение закона распределения $p(x)$	График $p(x)$	Характеристическая функция $\Phi(j\vartheta)$	Начальные m_ν и центральные μ_ν моменты ν-го порядка
1. Бернулли	$p^x(1-p)^{1-x}$, $0 \leqslant p \leqslant 1$, $x=0,1$		$1+p(e^{j\vartheta}-1)$	$m_1=p$, $\mu_2=nq$, $q=1-p$
2. Биномиальный	$C_n^x p^x(1-p)^{n-x}$, $x=0, 1, 2, \ldots, n$		$[1+p(e^{j\vartheta}-1)]^n$	$m_1=p$, $\mu_2=npq$, $\mu_{\nu+1}=pq\left(n\nu\mu_{\nu-1}+\dfrac{d\mu_\nu}{dp}\right)$
3. Геометрический (Фарри)	$p(1-p)^{x-1}$, $x=1, 2, \ldots$		$p[e^{-j\vartheta}-(1-p)]^{-1}$	$m_1=\dfrac{1}{p}$, $\mu_2=\dfrac{1-p}{p^2}$

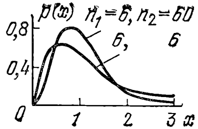
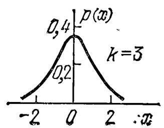
Закон распределения	Аналитическое выражение закона распределения $p(x)$	График $p(x)$	Характеристическая функция $\Phi(j\vartheta)$	Начальные m_ν и центральные μ_ν моменты ν-го порядка
4. Отрицательный биномиальный	$C_{x+m-1}^{x} p^m (1-p)^x$, $x=0, 1, 2, \dots$		$p^m[1-(1-p)e^{j\vartheta}]^{-m}$	$m_1=\frac{mq}{p}$, $\mu_2=\frac{mq}{p^2}$
5. Паскаля	$C_{x-1}^{m-1} p^m (1-p)^{x-m}$, $x=m, m+1, \dots$		$\frac{p^m \exp(j\vartheta x)}{[1-q\exp(j\vartheta)]^m}$	$m_1=\frac{m}{p}$, $\mu_2=\frac{mq}{p^2}$
6. Равномерный (дискретный)	$\frac{1}{n}$, $x=1, 2, \dots, n$		$\frac{e^{j\vartheta}(1-e^{j\vartheta n})}{n(1-e^{j\vartheta})}$	$m_1=\frac{n+1}{2}$, $\mu_2=\frac{n^2-1}{12}$
7. Пуассона	$\frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda}$, $x=0, 1, 2, \dots$		$e^{\lambda(e^{j\vartheta}-1)}$	$m_1=\lambda$, $\mu_2=\lambda$, $\mu_\nu=\lambda\sum_{i=0}^{\nu-2} C_{\nu-1}^{i}\mu_i$, $\nu>1$, $\mu_0=1$

Продолжение табл. 1.1

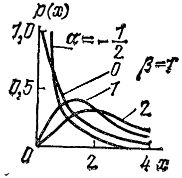
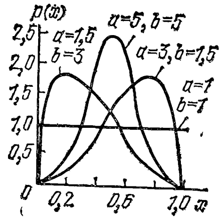
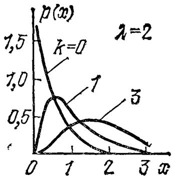
Закон распределения	Аналитическое выражение закона распределения $p(x)$	График $p(x)$	Характеристическая функция $\Phi(j\vartheta)$	Начальные m_ν и центральные μ_ν моменты ν-го порядка
8. Гипергеометрический	$\dfrac{C_M^x C_{N-M}^{n-x}}{C_N^n}$, $x=0, 1, 2, \ldots, \min[M, n]$		$\sum\limits_{i=0}^{\min[M,n]} \dfrac{C_M^i C_{N-M}^{n-i}}{C_N^n} e^{j\vartheta i}$	$m_1=\dfrac{nm}{N}$, $\mu_2=\dfrac{nM(N-M)(N-n)}{N^2(N-1)}$
9. Равномерный (прямоугольный)	$\dfrac{1}{b-a}$, $a<x<b$		$\dfrac{e^{jb\vartheta}-e^{-ja\vartheta}}{j\vartheta(b-a)}$	$m_1=\dfrac{a+b}{2}$, $\mu_2=\dfrac{(b-a)^2}{12}$, $m_\nu=\dfrac{b^{\nu+1}-a^{\nu+1}}{(b-a)(\nu+1)}$, $\nu=1, 2, \ldots$
10. Экспоненциальный (показательный)	$\lambda e^{-\lambda x}$, $0<x<\infty$		$\dfrac{\lambda}{\lambda-j\vartheta}$	$m_1=1/\lambda$, $\mu_2=1/\lambda^2$, $m_\lambda=\nu!/\lambda^\nu$
11. Нормальный (гауссовский)	$\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\times$ $\times\left[-\dfrac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right]$, $-\infty<x<\infty$, $\sigma>0$		$\exp\left(jm\vartheta-\dfrac{\sigma^2\vartheta^2}{2}\right)$	$m_1=m$, $\mu_2=\sigma^2$, $\mu_{2\nu+1}=0$, $\mu_{2\nu}=\dfrac{(2\nu)!}{\nu!}\left(\dfrac{\sigma^2}{2}\right)^\nu$

Закон распределения	Аналитическое выражение закона распределения $p(x)$	График $p(x)$	Характеристическая функция $\Phi(j\vartheta)$	Начальные m_ν и центральные μ_ν моменты ν-го порядка
12. Логарифмический нормальный (логнормальный)	$\frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\times$ $\times\left[-\frac{(\ln x-m)^2}{2\sigma^2}\right]$, $0<x<\infty$, $m=M\{\ln\xi\}$, $\sigma^2=D\{\ln\xi\}$		$1+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(j\vartheta)^k}{k!}e^{mk+k^2\sigma^2/2}$	$m_1=e^{m+\sigma^2/2}$, $\mu_2=e^{2m+\sigma^2}(e^{\sigma^2}-1)$, $m_\nu=e^{\nu m+\nu^2\sigma^2/2}$
13. Хи-квадрат	$\frac{1}{2^{n/2}\Gamma(n/2)}\times$ $\times x^{\frac{n}{2}-1}e^{-\frac{x}{2}}$, $0<x<\infty$, n — положительное целое число		$(1-2j\vartheta)^{-\frac{n}{2}}$	$m_1=n$, $\mu_2=2n$, $m_\nu=n(n+2)\ldots(n+2\nu-2)$

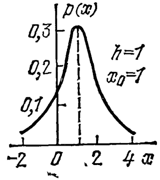
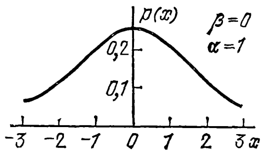
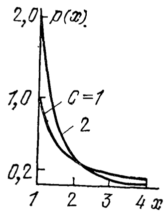
Продолжение табл. 1.1

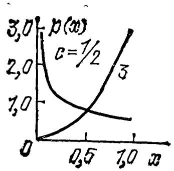
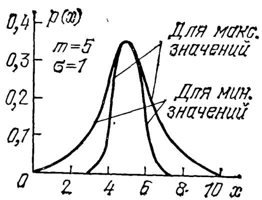
Закон распределения	Аналитическое выражение закона распределения $p(x)$	График $p(x)$	Характеристическая функция $\Phi(j\vartheta)$	Начальные m_ν и центральные μ_ν моменты ν-го порядка
14. F-распределение (распределение Снедекора)	$\dfrac{\Gamma\left(\frac{n_1+n_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n_2}{2}\right)}\times$ $\times\left(\dfrac{n_1}{n_2}\right)^{\frac{n_1}{2}} x^{\frac{n_1}{2}-1}\times$ $\times\left(1+\dfrac{n_1}{n_2}x\right)^{\frac{-(n_1+n_2)}{2}}$ $0<x<\infty$ n_1, n_2 — положительные целые числа		$\dfrac{\Gamma\left(\frac{n_1+n_2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n_2}{2}\right)}\left(\dfrac{n_1}{n_2}\right)^{\frac{n_1}{2}}\times$ $\times\displaystyle\int_0^\infty e^{j\vartheta x}x^{\frac{n_1}{2}-1}\times$ $\times\left(1+\dfrac{n_1}{n_2}x\right)^{-\frac{n_1+n_2}{2}}dx$	$m_1=\dfrac{n_2}{n_2-2},\ n_2>2,$ $\mu_2=\dfrac{2n_2^2(n_1+n_2-2)}{n_1(n_2-2)^2(n_2-4)},\ n_2>4,$ $m_\nu=\dfrac{\Gamma\left(\frac{n_1}{2}+\nu\right)\Gamma\left(\frac{n_2}{2}-\nu\right)}{\Gamma\left(\frac{n_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n_2}{2}\right)}\times$ $\times\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right)^\nu\quad n_2>2\nu$
15. t-распределение Стьюдента	$\dfrac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)\sqrt{k\pi}}\times$ $\times\left(1+\dfrac{x^2}{k}\right)^{-\frac{k+1}{2}},$ $-\infty<x<\infty,$ $k=1,\ 2,\ \ldots$		$\dfrac{\Gamma\left(\frac{k+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{k}{2}\right)\sqrt{k\pi}}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}e^{j\vartheta x}\times$ $\times\left(1+\dfrac{x^2}{k}\right)^{-\frac{k+1}{2}}dx$	$m_1=0,\ \mu_2=\dfrac{k}{k-2},\ k>2,$ $\mu_{2\nu}=\dfrac{1\cdot3\cdot5\ldots(2\nu-1)}{(k-2)(k-4)\ldots(k-2\nu)}\times$ $\times k^\nu,$ $2\nu<k$

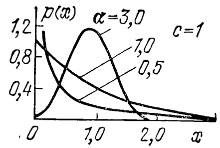
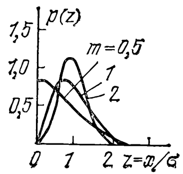
Продолжение табл. 1.1

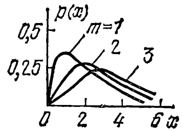
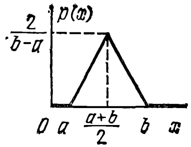
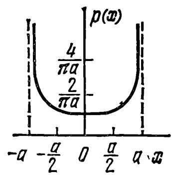
Закон распределения	Аналитическое выражение закона распределения $p(x)$	График $p(x)$	Характеристическая функция $\Phi(j\vartheta)$	Начальные m_ν и центральные μ_ν моменты ν-го порядка
16. Гамма-распределение	$\frac{1}{\beta^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)}\times$ $\times x^{\alpha}e^{-x/\beta}$, $0<x<\infty$, $\alpha>-1$, $\beta>0$		$(1-j\vartheta\beta)^{-(\alpha+1)}$, $\vartheta<\frac{1}{\beta}$	$m_1=\beta(\alpha+1)$, $\mu_2=\beta^2(\alpha+1)$, $m_{\nu+1}=(\alpha+\nu+1)\beta m_\nu$
17. Бета-распределение	$\frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)}\times$ $\times x^{a-1}(1-x)^{b-1}$, $0<x<1$, $a>0$, $b>0$		$\frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(j\vartheta)^m}{m!}\frac{\Gamma(a+m)}{\Gamma(a+b+m)}$	$m_1=\frac{a}{a+b}$, $\mu_2=\frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)}$, $m_\nu=\frac{\Gamma(a+b)\Gamma(a+\nu)}{\Gamma(a)\Gamma(a+b+\nu)}$
18. Эрланга	$\frac{\lambda^{k+1}}{\Gamma(k+1)}x^k e^{-\lambda x}$, $0<x<\infty$, $k=0, 1, 2, \ldots$, $\lambda>0$		$\left(1-\frac{j\vartheta}{\lambda}\right)^{-(k+1)}$	$m_1=\frac{k+1}{\lambda}$, $\mu_2=\frac{k+1}{\lambda^2}$, $m_\nu=\lambda^{-\nu}\prod_{i=0}^{\nu-1}(k+i+1)$

Продолжение табл. 1.1

Закон распределения	Аналитическое выражение закона распределения $p(x)$	График $p(x)$	Характеристическая функция $\Phi(j\vartheta)$	Начальные m_ν и центральные μ_ν моменты ν-го порядка
19. Коши	$\frac{1}{\pi}\,\frac{h}{h^2+(x-x_0)^2}$, $-\infty<x<\infty$, $h>0$		$\exp(jx_0\vartheta-h\lvert\vartheta\rvert)$	m_ν и μ_ν не существуют
20. Логистический	$\frac{\alpha e^{-\alpha(x-\beta)}}{[1+e^{-\alpha(x-\beta)}]^2}$, $-\infty<x<\infty$, $\alpha>0$		$e^{j\vartheta\beta}\Gamma\left(1-\frac{j\vartheta}{\alpha}\right)\Gamma\left(1+\frac{j\vartheta}{\alpha}\right)$	$m_1=\beta$, $\mu_2=\frac{\pi^2}{3\alpha^2}$
21. Парето	$cx^{-(c+1)}$, $1<x<\infty$, $c>0$		$c\int_1^\infty \frac{e^{j\vartheta x}}{x^{c+1}}\,dx$	$m_1=\frac{c}{c-1}$, $c>1$, $\mu_2=\frac{c}{(c-1)^2(c-2)}$, $c>2$, $m_\nu=\frac{c}{c-\nu}$, $\nu<c$

Закон распределения	Аналитическое выражение закона распределения $p(x)$	График $p(x)$	Характеристическая функция $\Phi(j\vartheta)$	Начальные m_ν и центральные μ_ν моменты ν-го порядка
22. Степенной	cx^{c-1}, $0<x<1$, $c>0$		$\frac{\Gamma(c+1)}{\Gamma(c)}\sum_{m=0}^{\infty}\frac{(j\vartheta)^m}{m!}\frac{\Gamma(c+m)}{\Gamma(c+m+1)}$	$m_1=\frac{c}{c+1}$, $\mu_2=\frac{c}{(c+2)(c+1)^2}$, $m_\nu=\frac{\Gamma(c+1)\Gamma(c+\nu)}{\Gamma(c)\Gamma(c+\nu+1)}$
23. Распределение экстремального значения (двойной показательный)	$\frac{1}{\sigma}\exp\left[\pm\frac{m-x}{\sigma}-\exp\left(\pm\frac{m-x}{\sigma}\right)\right]$, $-\infty<x<\infty$, $\sigma>0$ «+» для распределения максимальных значений «—» для распределения минимальных значений		$\int_{-\infty}^{\infty}e^{j\vartheta x}p(x)\,dx$	$m_1=m\pm0{,}5776\,\sigma$, $\mu_2=1{,}645\,\sigma^2$

Закон распределения	Аналитическое выражение закона распределения $p(x)$	График $p(x)$	Характеристическая функция $\Phi(j\vartheta)$	Начальные m_ν и центральные μ_ν моменты ν-го порядка
24. Вейбулла	$c\alpha x^{\alpha-1}e^{-cx^{\alpha}}$, $0<x<\infty$, $c>0,\ \alpha>0$		$1+j\vartheta\int\limits_0^{\infty}e^{j\vartheta x-cx^{\alpha}}dx=$ $=1+\sum\limits_{k=1}^{\infty}\frac{(j\vartheta)^k}{k!}c^{-k/\alpha}\times$ $\times\Gamma\left(1+\frac{k}{\alpha}\right)$	$m_1=c^{-1/\alpha}\Gamma(1+1/\alpha)$, $\mu_2=c^{-2/\alpha}\left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\alpha}\right)-\right.$ $\left.-\Gamma^2\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\right]$, $m_\nu=c^{-k/\alpha}\,\Gamma\left(1+\frac{k}{\alpha}\right)$
25. Накагами (m-распределение)	$\frac{2}{\Gamma(m)}\left(\frac{m}{\sigma^2}\right)^m\times$ $\times x^{2m-1}e^{-\frac{m}{\sigma^2}x^2}$ $x\geqslant 0,\ m\geqslant 1/2$		$\frac{\Gamma(2m)}{2^{m-1}\Gamma(m)}e^{-\frac{\vartheta^2\sigma^2}{8m}}\times$ $\times D_{-2m}\left(-\frac{j\vartheta\sigma}{\sqrt{2m}}\right)$, где $D_p(z)$ — функция параболического цилиндра	$m_1=\frac{\sigma}{\sqrt{m}}\,\frac{\Gamma(m+1/2)}{\Gamma(m)}$, $\mu_2=\sigma^2-\frac{\sigma^2}{m}\,\frac{\Gamma^2(m+1/2)}{\Gamma^2(m)}$, $m_\nu=\frac{\Gamma(m+\nu/2)}{\Gamma(m)}\left(\frac{\sigma^2}{m}\right)^{\frac{\nu}{2}}$

Закон распределения	Аналитическое выражение закона распределения $p(x)$	График $p(x)$	Характеристическая функция $\Phi(j\vartheta)$	Начальные m_ν и центральные μ_ν моменты ν-го порядка
26. Показательно-степенной	$\frac{x^m}{m!}e^{-x}$, $x>0$		$(1-j\vartheta)^{-(m+1)}$	$m_1=m+1$, $\mu_2=m+1$
27. Симпсона (треугольный)	$0,\ -\infty<x<a$, $\frac{4(x-a)}{(b-a)^2}$, $a<x<\frac{a+b}{2}$, $\frac{4(b-x)}{(b-a)^2}$, $\frac{a+b}{2}<x<b$, $0,\ b<x<\infty$		$\left[\frac{2}{b-a}\,\frac{e^{j\vartheta\frac{b}{2}}-e^{j\vartheta\frac{a}{2}}}{j\vartheta}\right]^2$	$m_1=\frac{a+b}{2}$, $\mu_2=\frac{(b-a)^2}{24}$, $m_\nu=\frac{4}{(b-a)^2(\nu+1)(\nu+2)}\times$ $\times\left[a^{\nu+2}+b^{\nu+2}-2\left(\frac{a+b}{2}\right)^{\nu+2}\right]$
28. Арксинуса	$\frac{1}{\pi\sqrt{a^2-x^2}}$, $-a<x<a$		$\frac{1}{\pi}\int\limits_{-a}^{a}\frac{e^{j\vartheta x}}{\sqrt{a^2+x^2}}\,dx$	$m_1=0$, $\mu_2=a^2/2$