

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
1. Общие принципы математического моделирования радиосистем	5
1.1. Процедура математического моделирования	5
1.2. Особенности радиосистемы как объекта изучения методами моделирования на ЭВМ	8
1.3. Формальное описание радиосистем	10
1.4. Задачи моделирования радиосистем на ЭВМ. Критерии оценки качества решения	16
2. Математические основы моделирования радиосистем	21
2.1. Основные правила формального описания сложных радиосистем	21
2.2. Иерархическая структура и способы декомпозиции радиосистем	23
2.3. Формальное описание комплексов на уровне радиосистем	26
2.4. Формальное описание радиосистем на уровне радиоканалов	32
2.5. Формальное описание радиосистем и радиоканалов на уровне устройств	37
2.6. Формальное описание радиоустройств на уровне функциональных звеньев	42
2.7. Принципы и организация моделирования радиосистем на цифровых ЭВМ	45
3. Методы построения математических моделей радиосистем	58
3.1. Основные принципы перехода от формального описания к математическим моделям	58
3.2. Классификация методов построения математических моделей радиосистем	63
3.3. Методы математического описания функциональных звеньев радиосистем и радиоустройств	67
3.4. Методы математического описания сигналов и помех	74
4. Метод несущей	81
4.1. Математические модели элементов радиосистем и радиоустройств на основе принципиальных схем	81
4.2. Математические модели элементов радиосистем и радиоустройств на основе функциональных схем	88
5. Метод комплексной огибающей	96
5.1. Математическое описание комплексных огибающих сигналов и помех	97
5.2. Математическое описание линейных радиозвеньев	100
5.3. Математическое описание безынерционных нелинейных радиозвеньев	108
5.4. Математическое описание инерционных нелинейных радиозвеньев	114
5.5. Математические модели элементов радиосистем и радиоустройств на основе принципиальных схем	117
5.6. Математические модели радиосистем и радиоустройств на основе функциональных схем	121
6. Метод статистических эквивалентов	136
6.1. Построение эквивалентов методом статистической линеаризации	137
6.2. Построение эквивалентов методом гармонической статистической линеаризации	143
6.3. Построение статистических эквивалентов методом генерации	149
6.4. Построение статистических эквивалентов методом фильтрации информационного параметра	150
6.5. Эквиваленты дискриминаторов при отсутствии помех	155
6.6. Статистические эквиваленты дискриминаторов в присутствии неинформативных помех	157
6.7. Статистические эквиваленты дискриминаторов в присутствии информативных помех	160
7. Метод информационного параметра	162
7.1. Задачи, решаемые методом информационного параметра	162
7.2. Сущность метода информационного параметра	167
7.3. Математические модели генератора, управляемого напряжением	168
7.4. Пример математического моделирования радиосистем и радиоустройств методом информационного параметра	170
Список литературы	175

Борисов Ю. П., Цветнов В. В.

Б 82 Математическое моделирование радиотехнических систем и устройств — М.: Радио и связь, 1985. — 176 с., ил. — (Б-ка радиоинженера «Современная радиоэлектроника»)

45 к. 10 000 экз.

Изложены методы формирования математических моделей радиотехнических систем и устройств. Особое внимание уделено функциональному моделированию радиосистем. Сформулирован круг задач исследования и проектирования систем, которые целесообразно решать методами моделирования на ЭВМ. Приведены примеры моделирования радиосистем.

Для радиоинженеров. Может быть полезна студентам вузов.

Б 2402020000—095
046(01)—85 109—84

ББК 32.81
6Ф.2

Редакционная коллегия:

С. В. Бородич, Г. А. Говядинов, Л. С. Гуткин (зам. отв. редактора), В. А. Котельников, М. В. Максимов, В. И. Сифоров (отв. редактор), В. В. Шкирятов, Н. И. Чистяков, Е. Н. Сальников.

Рецензенты: докт. техн. наук А. И. Леонов, канд. техн. наук Л. К. Ильин

Редакция литературы по радиотехнике

БОРИСОВ ЮРИЙ ПЕТРОВИЧ
ЦВЕТНОВ ВАЛЕРИЙ ВСЕВОЛОДОВИЧ

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ И УСТРОЙСТВ**

Редактор Т. М. Толмачева. Художественный редактор Т. В. Бусарова.
Технический редактор Л. А. Горшкова. Корректор Т. В. Дземидович

ИБ № 347

Сдано в набор 08.10.84 Подписано в печать 12.02.85 Т-03070
Формат 84 × 108/32 Бумага кн.-журн. № 2 Гарнитура литературная
Печать высокая Усл. печ. л. 9,24 Усл. кр.-отг. 9,555 Уч.-изд. л. 8,56
Тираж 10 000 экз. Изд. № 20139 Зак. № 123 Цена 45 к.

Издательство «Радио и связь». 101000 Москва, Почтамт, а/я 693

Московское производственное объединение «Первая Образцовая типография»
Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам изда-
тельства, полиграфии и книжной торговли. 113054, Москва, Валовая, 28.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Математическое моделирование радиотехнических систем и устройств на ЭВМ является прогрессивным и весьма экономичным способом их исследования и проектирования. Оно позволяет существенно ускорить и в значительной степени автоматизировать процесс разработки радиосистем и повысить их качество. Однако успешное решение инженерных задач методами математического моделирования на ЭВМ в значительной степени зависит от состоятельности используемых математических моделей: от их способности давать новую информацию о системе в процессе исследования ее модели и от возможности реализации модели на ЭВМ. Выбор того или иного метода математического моделирования и построения математической модели радиосистемы, отвечающей поставленной инженерной задаче, не может быть формализован, требует от разработчика творческого подхода и достаточно глубоких знаний в области теории математического моделирования радиосистем. Как показывает практика, выбор адекватной математической модели, позволяющей достаточно быстро и эффективно решить поставленную инженерную задачу на ЭВМ, обычно представляет наибольшие трудности и еще недостаточно освещен как в отечественной, так и в зарубежной литературе. Поэтому развитие теории построения математических моделей радиотехнических устройств и систем, реализуемых на ЭВМ, имеет важное практическое значение.

Математическое моделирование на ЭВМ (цифровое, аналоговое, аналого-цифровое) состоит из четырех основных этапов.

Этап 1. Формулировка задачи моделирования, разработка математической модели радиосистемы и программы ее исследования. Это наиболее трудный и нестандартный этап, цель которого — формализация поставленной задачи моделирования и ее математическое описание. Существование приемов формализации и фундаментальных методов математического описания радиотехнических задач не облегчает этого этапа,

который существенно зависит от опыта, интуиции и квалификации радиоинженера. К тому же некоторые задачи вообще не подлежат формализации, что существенно затрудняет моделирование.

Этап 2. Составление цифровых моделей, программирование и отладка моделирующей программы исследования радиосистемы (при использовании цифровой ЭВМ) или составление структурной схемы аналоговой модели и ее отладка (при использовании аналоговой ЭВМ). Этот этап может быть в значительной степени формализован и требует лишь умения составлять экономичные модели с минимизацией машинного времени при заданной точности моделирования.

Этап 3. Проведение моделирования радиосистемы для заданных ситуаций ее использования и оформление результатов моделирования.

Этап 4. Интерпретация результатов моделирования, позволяющая получить новую информацию об объекте исследования.

Все этапы моделирования выполняются радиоинженерами и требуют от них высокой квалификации. Вместе с тем реализация задач моделирования требует значительного объема рутинного труда, который в ряде случаев может быть формализован и в определенной степени автоматизирован.

Основная задача данной книги — последовательное изложение методов формализации (математического описания) задач радиоэлектроники и методов составления математических моделей радиосистем и радиоустройств. В книге изложен единый подход, позволяющий строить математические модели радиосистем на различных иерархических уровнях сложности. Для каждого метода приводится библиотека математических моделей их элементарных звеньев. Последние являются банком данных, позволяющим по функциональной схеме радиосистемы строить реализуемые на ЭВМ математические модели. В книге приведены примеры, иллюстрирующие излагаемые методы.

Авторы выражают глубокую благодарность Л. С. Гуткину, который явился инициатором написания этой книги.

Отзывы и замечания следует направлять в издательство «Радио и связь» по адресу: 101000, Москва, Почтамт, а/я 693.

1. ОБЩИЕ ПРИНЦИПЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАДИОСИСТЕМ

1.1. ПРОЦЕДУРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Математическим моделированием называется исследование объекта или явления с помощью математической модели, которая воспроизводит наиболее важные черты оригинала. Если математическая модель реализована на аналоговой или цифровой ЭВМ, то моделирование называют машинным.

Математическая модель — формальное описание объекта или явления при помощи функциональных или логических операторных соотношений, алгебраических, интегродифференциальных и других уравнений, которые могут быть представлены как в незамкнутой, так и в замкнутой (разрешенной) форме.

Основным продуктом моделирования является *новая информация* об изучаемом объекте или явлении, которая позволяет расширить и углубить их описание. Моделирование можно считать завершенным, если полученная информация достаточна для принятия определенного решения. В случае использования метода моделирования на ЭВМ, решение может быть принято в итоге последовательного выполнения следующих процедур (рис. 1.1).

1. Формулировка задачи моделирования, включающая:

совокупность новых сведений, которые необходимо получить в результате моделирования;

определение границ подлежащего моделированию объекта;

совокупность ограничений и допущений, при которых будет проводиться моделирование.

2. Сбор и оценка априорной информации об объекте исследования. Объем исходной информации должен быть достаточным для построения состоятельной математической модели объекта.

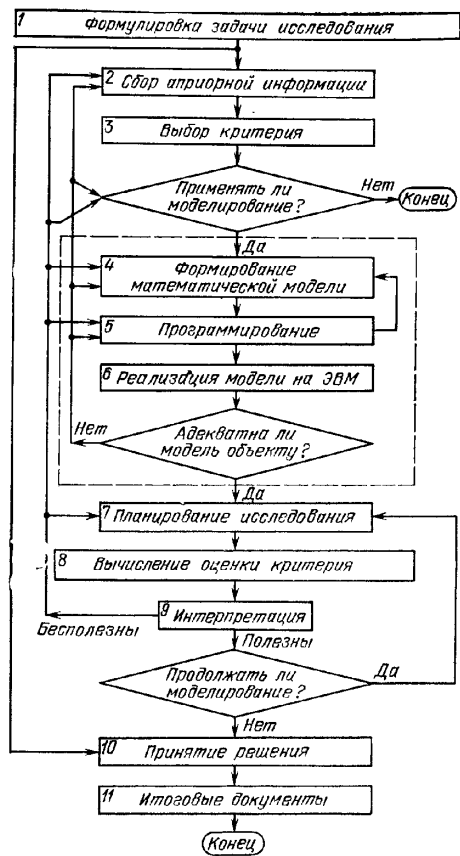


Рис. 1.1.

3. Выбор критерия для количественной оценки результатов исследования объекта, на основе которого можно было бы принять определенное решение.

Далее необходимо убедиться в том, что поставленная задача наиболее эффективно может быть решена лишь методом машинного моделирования. Следует отметить, что решение о целесообразности машинного моделирования может быть пересмотрено по мере изучения поставленной задачи.

4. Формирование математической модели объекта исследования. Это наиболее ответственный и сложный этап, обычно включает составление описаний объекта моделирования — неформального (концептуального) и

формального алгоритма модели. Применительно к радиосистемам неформальное описание завершается построением функциональной схемы.

5. Программирование математической модели для ее реализации на ЭВМ. На этом этапе обосновывается целесообразность реализации модели на аналоговой или цифровой ЭВМ и выбирается конкретный тип ЭВМ для решения задачи. Далее отбираются наиболее подходящие алгоритмы реализации моделей элементов объекта, а также алгоритм решения задачи в целом и проводится программирование математической модели для выбранной ЭВМ.

6. Реализация модели на ЭВМ, включая трансляцию программы моделирования и ее отладку.

Оценка адекватности модели оригиналу позволяет довести до приемлемого уровня степень уверенности, с которой можно судить по результатам моделирования, насколько корректны выводы о функционировании реального объекта. Если оценка адекватности модели неудовлетворительна, то необходимо ее уточнить, собрав дополнительную априорную информацию или пересмотрев этапы формирования и реализации модели на ЭВМ.

7. Планирование исследования позволяет организовать моделирование таким образом, чтобы за минимальное время получить всю необходимую информацию для принятия правильного решения.

8. Вычисление оценки критерия, характеризующего качество моделируемого объекта.

9. Интерпретация результатов моделирования — это построение выводов о функционировании объекта по данным, полученным в результате моделирования.

Если результаты моделирования полезны, то их можно использовать для принятия решения. Если результаты бесполезны, то необходимо провести ревизию всех предыдущих этапов моделирования. Если результаты моделирования полезны, но полученная информация недостаточна для принятия решения, то необходимо продолжить моделирование.

10. Принятие решения. Исследователь сопоставляет полученную информацию с поставленной задачей моделирования. Если это сопоставление удовлетворительно, то результаты моделирования формулируются в итоговом документе. Если оно не удовлетворительно, то проводится следующий цикл моделирования.

Для сокращения и упрощения подготовительной работы при формировании математической модели объекта в целом желательно располагать библиотекой математических моделей различных функциональных звеньев радиосистем, а также библиотекой программ реализации моделей этих звеньев на ЭВМ.

1.2. ОСОБЕННОСТИ РАДИОСИСТЕМЫ КАК ОБЪЕКТА ИЗУЧЕНИЯ МЕТОДАМИ МОДЕЛИРОВАНИЯ НА ЭВМ

Объектами изучения методами моделирования являются радиосистемы и устройства.

Радиосистемой называется совокупность технических средств, предназначенных для выполнения определенного круга задач, в которой при обмене информацией между отдельными частями системы используются радиосигналы $s=s(t, \lambda)$, способные переносить информационные процессы $\lambda=\lambda(t)$.

Информационная сущность, являющаяся важной особенностью радиосистем определяется их функциональным назначением. С этой точки зрения радиосистемы подразделяют на следующие классы:

системы передачи информации (СПИ) от отправителя к получателю;

радиолокационные системы (РЛС), обеспечивающие обнаружение, сопровождение движущихся объектов и измерение их координат;

радионавигационные системы (РНС), предназначенные для определения местоположения движущихся объектов на самих объектах;

радиосистемы управления (РСУ) технологическими процессами и различными объектами на расстоянии;

системы радиоразведки (СРР), обеспечивающие обнаружение радиосигналов, излучаемых различными радиосредствами, анализ и измерение их параметров и определение направления их прихода;

системы радиопротиводействия (СРП), используемые для разрушения полезной информации в точке приема радиосигналов с целью нарушения нормального функционирования заданной радиосистемы [1].

Для решения практических задач отдельные радиосистемы часто приходится объединять в комплексы. Современные комплексы радиосистем обычно содержат несколько радиосистем из перечисленных выше классов. Примерами таких комплексов являются системы пере-

дачи информации — через ИСЗ, автоматизированные комплексы радиосистем гидрометеослужбы и т. п. В процессе проектирования отдельных радиосистем, работающих в составе комплексов, часто приходится рассматривать их во взаимодействии с другими радиосистемами. Так, например, в состав спутникового комплекса систем радиосвязи входят многоканальные СПИ, РЛС, обеспечивающие сопровождение спутников-ретрансляторов. Комплексы радиоуправления летательными аппаратами могут содержать РНС, РЛС, СПИ. Необходимо также учитывать вопросы их электромагнитной совместимости, а также наличие систем радиоразведки и радиопротиводействия.

Радиосистемы относятся к весьма специфичному классу систем. При исследовании и проектировании подобных систем методами моделирования на ЭВМ мы встречаемся с проблемой сложности, которая проявляется в том, что это:

многомерные системы с очень большим числом элементов, функциональных связей между ними и статистическим характером их возникновения;

системы, находящиеся под постоянными случайными воздействиями;

быстродействующие системы, в которых имеют место преобразования радиосигналов одновременно со сравнительно медленно протекающими информационными процессами.

При проектировании радиосистем необходимо учитывать значительное число показателей качества.

Указанные обстоятельства приводят к тому, что без применения специальных методов упрощения математического описания моделирование радиосистем на ЭВМ оказывается практически невозможным. При этом необходимо решить следующие основные задачи, непосредственно связанные с оптимизацией процесса моделирования радиосистем на ЭВМ.

1. Разработка теории формирования математических моделей радиосистем минимальной сложности при условии обеспечения заданной точности на различных информационных уровнях их описания. При оптимизации структуры математических моделей радиосистем должны быть решены такие важные вопросы, как:

минимизация размерности модели и упрощение связей между ее компонентами, что обусловлено выбором

соответствующего способа декомпозиции радиосистемы при формировании ее модели;

оптимизация способа дискретизации процессов в модели и методов цифрового моделирования элементов радиосистемы;

минимизация числа реализаций процесса функционирования модели при условии получения достоверной информации о радиосистеме.

2. Развитие прогрессивных методов моделирования, позволяющих за минимальное время извлечь максимум информации об исследуемой радиосистеме. К ним, в частности, относятся методы разработки алгоритмов и сервисных программ, обеспечивающих автоматический поиск лучшего решения, оптимальных параметров радиосистемы при заданной структуре, оптимальной структуре радиосистемы по заданному критерию.

3. Создание систем автоматизированного проектирования радиосистем (САПР), в которых используются методы автоматизированного математического моделирования и диалоговые режимы и процедуры.

1.3. ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ РАДИОСИСТЕМ

Подготовка задачи к исследованию методом моделирования начинается с составления неформального (концептуального) описания радиосистемы.

Неформальным описанием радиосистемы называется вся имеющаяся о ней совокупность сведений, достаточная для установления предполагаемого или фактического алгоритма ее работы. Неформальное описание радиосистемы должно содержать информацию, достаточную для построения ее функциональной схемы. Последняя служит основой для разработки формального описания, из которого далее можно получить желаемую математическую модель системы.

Описание системы, составленное по ее функциональной схеме с использованием определенного базиса операторов, позволяющих по входным воздействиям найти реакцию системы в общем виде, назовем *обобщенной математической моделью* или *формальным описанием*.

Чтобы составить формальное описание, необходимо, используя функциональную схему системы, ввести множество характеризующих ее параметров и базис операторов, которые устанавливают отношения между этими параметрами. Поэтому первым шагом при построении

формального описания системы является определение множества ее параметров

$$Q = \{q_i\}, i = 1, 2, \dots, n, \quad (1.1)$$

и базиса операторов

$$A = \{A_i\}, i = 1, 2, \dots, m. \quad (1.2)$$

Под параметрами системы далее понимаются постоянные или переменные во времени величины, которые характеризуют состояние системы в данный момент времени, задают ее свойства и характеристики. При этом структура системы определяется ее функциональной схемой, элементы которой должны быть описаны соответствующими операторами A_i из множества A (1.2).

Все параметры (1.1) радиосистемы можно разбить на четыре подмножества:

$$Q = \{V, \alpha, \beta, \gamma\},$$

где $V = \{v_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, k$) — фазовые переменные (координаты) системы; $\alpha = \{\alpha_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, l$) — внешние параметры; $\beta = \{\beta_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, m$) — внутренние параметры; $\gamma = \{\gamma_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) — выходные параметры.

Фазовыми переменными системы называются функции времени v_i , которые определяют состояние системы в любой заданный момент времени t . В состав множества фазовых переменных V входят:

$X = \{x_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, q$) — внешние или входные фазовые переменные, образующие вектор входных воздействий;

$Y = \{y_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, p$) — выходные фазовые переменные, образующие вектор реакций системы;

$Z = \{z_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, f$) — внутренние фазовые переменные.

Оператор A_i ($i = 1, 2, \dots, m$) представляет собой правило, по которому каждому элементу x_i множества X входных фазовых переменных (случайных или детерминированных) ставится в однозначное или взаимнооднозначное соответствие элемент y_i множества Y выходных фазовых переменных. При этом имеет место следующее операторное уравнение:

$$Y = AX. \quad (1.3)$$

Число различных функциональных звеньев, из которых можно составить функциональную схему радиосистемы на любом иерархическом уровне, конечно.

Поэтому для формального описания радиосистем на заданном иерархическом уровне достаточно ввести конечное множество (алфавит) операторов

$$A = \{A_i\}, i = 1, 2, \dots, M. \quad (1.4)$$

Это множество обычно называют *базисом операторов*.

Внешними параметрами системы α называют физические величины, численные значения которых определяют характеристики входных фазовых переменных X . Вектор входных воздействий, таким образом, можно описать следующим соотношением:

$$X = X(\alpha, t). \quad (1.5)$$

Внутренними параметрами системы β называют физические величины, численные значения которых характеризуют свойства функциональных звеньев, образующих систему и описываемых операторами множества A . При этом операторы можно представить следующим соотношением:

$$A = A(\beta). \quad (1.6)$$

Сформулированные определения позволяют ввести понятие формального описания радиосистемы и ее математической модели. В общем случае формальное описание системы определяется операторным уравнением (1.3). С учетом введенных внешних (1.5) и внутренних (1.6) параметров это уравнение принимает вид

$$Y(t) = A(\beta) X(\alpha, t), \quad (1.7)$$

где α и β в свою очередь могут быть функциями времени t . Формальная схема системы, отображающая это описание, показана на рис. 1.2.

Уравнение (1.7) описывает множество различных систем. Чтобы описать конкретную систему, необходимо уточнить и детализировать оператор $A(\beta)$ и осуществить его декомпозицию — разбить систему на подсистемы. Если далее ввести ограничения и допущения относительно функционирования отдельных звеньев системы, то из формального описания может быть получена математическая модель конкретной системы. В зависимости от характера ограничений и допущений математические моде-

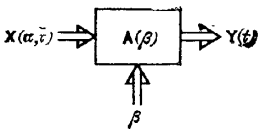


Рис. 1.2.

ли будут различными. Таким образом, из формального описания (1.7) можно получить множество моделей системы.

Выходным параметром системы является физическая величина, численное значение которой характеризует качество работы системы. Множество выходных параметров системы $\gamma = \{\gamma_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) позволяет количественно оценить правильность работы и качество выполнения системой поставленной задачи. Для оценки множества выходных параметров γ формальное описание системы в общем виде можно представить соотношением

$$\gamma = F_1(A, \beta, \alpha), \quad (1.8)$$

где A — оператор, отображающий структуру системы. Такое описание в замкнутой форме можно получить лишь в результате серьезного теоретического анализа, и то лишь в простейших случаях.

При исследовании или проектировании радиосистем методами моделирования на ЭВМ применяется следующее формальное описание выходных параметров:

$$\gamma = F_2[Y(t)], \quad (1.9)$$

где $Y(t) = \{y_i(t)\}$ ($i = 1, 2, \dots, p$; $0 \leq t \leq T_n$; T_n — время наблюдения реализации). Здесь выходной параметр радиосистемы получается в результате обработки выборки объемом p из ансамбля реализаций выходной фазовой переменной Y .

Формальная схема моделирования системы на ЭВМ, в результате которого можно получить оценку $\hat{\gamma}$ выходного параметра, показана на рис. 1.3. Здесь задача решается методом статистического моделирования, т. е. путем многократных прогонов модели при заданных начальных условиях Y_0 и X_0 , параметрах системы α и β .

В блоке X формируется p независимых реализаций входных фазовых переменных $X = \{x_i, \alpha, t\}$ ($i = 1, 2, \dots, p$; $0 \leq t \leq T_n$). Эти реализации поступают в блок (A) , являющийся реализованной на ЭВМ математической моделью системы, отображающей те или иные ее особенности. На выходе блока A получаем p реализаций выходных фазовых переменных $Y = \{y_i(t)\}$ ($i = 1, 2, \dots, p$; $0 \leq t \leq T_n$). Для стохастических систем в общем случае Y является нестационарным случайным процессом с многомерным распределением. В блоке F_2

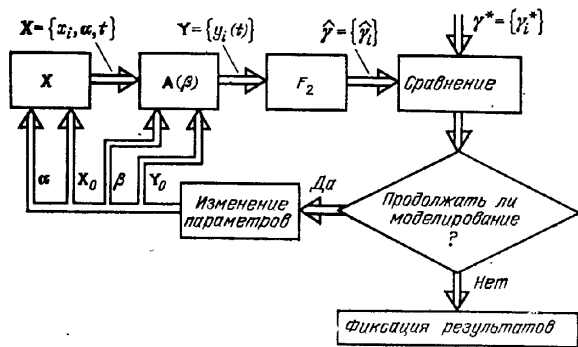


Рис. 1.3.

осуществляется преобразование и статистическая обработка выборки Y , в результате которой получаем оценку выходного параметра системы $\hat{\gamma}$.

Далее полученные оценки $\hat{\gamma}$ сравниваются с требуемыми значениями γ^* выходных параметров, определяемыми техническим заданием на проектирование системы. На основании сравнения выносится решение о дальнейшей процедуре моделирования. Если результат сравнения $\hat{\gamma}$ и γ^* неудовлетворителен, то принимается решение о продолжении моделирования. Если результат сравнения $\hat{\gamma}$ и γ^* удовлетворителен, то принимается решение о прекращении исследований, и результаты моделирования фиксируются в виде документа.

Таким образом, для моделирования системы необходимо располагать формальным описанием относительно множества выходных параметров $\gamma = \{\gamma_i\}$ ($i=1, 2, \dots, n$). Выходные параметры, используемые для оценки качества функционирования системы, тесно связаны с конкретными задачами, подлежащими решению методами моделирования на ЭВМ. Такими выходными параметрами могут быть технико-экономическая эффективность, техническая эффективность, показатели качества.

Технико-экономической эффективностью системы называется количественная оценка ее технической эффективности с учетом стоимости. Для оценки технико-экономической эффективности желательно иметь единое формальное описание системы, характеризующее как техни-

ческую эффективность, так и средства C , необходимые для ее обеспечения:

$$\mathcal{E}_{\tau\alpha} = \gamma_1 = F_1(C, \mathcal{E}), \quad (1.10)$$

где $C = \varphi_1(C_1, C_2, \dots, C_k)$ — функция стоимости проектирования, разработки и эксплуатации системы. Построение реализуемых на ЭВМ математических моделей радиосистем по формальному описанию (1.10) связано со значительными трудностями. Это объясняется отсутствием необходимой априорной информации, особенно на начальных стадиях проектирования.

Технической эффективностью системы называют степень ее пригодности к выполнению поставленной задачи в заданных условиях, выраженную количественной мерой. В общем случае для оценки технической эффективности системы необходимо располагать следующим формальным описанием:

$$\mathcal{E} = \gamma_2 = F_1(V, K), \quad (1.11)$$

где $V = \varphi_2(v_1, v_2, \dots, v_k)$ — результирующая производительность системы (например, скорость передачи информации, число одновременно обслуживаемых объектов); $K = \varphi_3(K_2, K_3, \dots, K_m)$ — результирующий показатель качества системы. Таким образом, техническая эффективность системы при заданной результирующей производительности зависит от множества $K = \{K_i\}$ ($i=1, 2, \dots, m$) показателей качества системы, элементы которого характеризуют систему с различных точек зрения (в различных сечениях).

Показатели качества, которые можно рассматривать как выходные параметры γ , устанавливают при формулировке технического задания на проектирование системы, и далее их необходимо оценивать методом моделирования рассматриваемого варианта системы. Показатели качества радиосистем можно разделить на информационные, конструктивные и экономические. Информационными показателями качества являются точность, разрешающая способность, дальность действия, помехоустойчивость, помехозащищенность, электромагнитная совместимость и т. п.; конструктивными показателями качества — масса аппаратуры, ее объем и габариты, надежность и т. д.; экономическими показателями — стоимость, безопасность и безвредность для окружающей среды, простота утилизации и т. п.

Техническая эффективность систем (1.11) зависит от всей совокупности перечисленных показателей качества, которые являются взаимосвязанными — изменение одного из них, как правило, приводит к изменению остальных. Оценка технической эффективности систем должна проводиться с учетом этих связей.

На этапе системотехнического проектирования радиосистем из множества показателей качества, как правило, можно выделить один главный, который, с одной стороны, непосредственно характеризует техническую эффективность, а с другой — сам зависит от ряда показателей. Примером такого показателя качества в информационных радиосистемах может служить точность их работы $T=K_1=\varphi_4(K_2, K_3, \dots, K_m)$. При этом формальное описание системы для оценки ее технической эффективности можно представить следующим соотношением:

$$\gamma_3 = \mathcal{E} = F_1(V, T). \quad (1.12)$$

1.4. ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАДИОСИСТЕМ НА ЭВМ. КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА РЕШЕНИЯ

В процессе исследования радиосистем и устройств решается широкий круг задач. Типовыми задачами, которые могут решаться методами математического моделирования на ЭВМ, являются:

задачи исследования операций, в которых применяются различные радиосистемы;

исследование и проектирование радиосистем и комплексов;

задачи оптимизации управления радиосистемами, комплексами и технологическими процессами.

Постановку этих задач и возможные пути их решения можно сформулировать, если воспользоваться рассмотренным выше формальным описанием радиосистем.

Для решения задач исследования операций широко используют статистические модели, которые отображают последовательность развития событий при функционировании системы. Статистические модели исследования операций — первый шаг моделирования системы при ее проектировании. Формальным описанием системы в исследовании операций примем совокупность операторных уравнений, которые устанавливают зависимость эффективности системы \mathcal{E} по заданному показателю от ее основных параметров:

$$\mathcal{E} = F_1(Q), \quad Q = \{V, \alpha, \beta, \gamma\}. \quad (1.13)$$

Таким образом, сущность статистического моделирования при решении задач исследования операций сводится к синтезу некоторого моделирующего алгоритма, имитирующего поведение и взаимодействие элементов сложной системы с учетом случайных возмущающих факторов, позволяющего оценивать эффективность системы (1.13).

Формальным описанием системы при ее исследовании является совокупность операторных уравнений, устанавливающая зависимость реакции системы $Y(t)$ или ее выходного параметра γ от основных внутренних и внешних параметров:

$$Y(t) = A(\beta)X(\alpha, t), \quad 0 \leq t \leq T_n; \quad (1.14)$$

$$\gamma = F_1(A, \alpha, \beta) \text{ или}$$

$$\gamma = F_2[Y(t)], \quad Y(t) = Y[\beta, X(\alpha, t), t], \quad 0 \leq t \leq T_n, \quad (1.15)$$

где t — независимая переменная (время). Под выходными параметрами γ в данном случае понимают показатели качества или техническую эффективность исследуемой системы.

Особенностью моделирования при решении этого рода задач является наличие исчерпывающей информации о системе для перехода от формального описания (1.14), (1.15) к математическим моделям.

Формальным описанием системы при ее проектировании является совокупность операторных уравнений, которые устанавливают зависимость эффективности системы от ее структуры, основных параметров и внешних воздействий:

$$\mathcal{E} = F_1[A(\beta), X(\alpha, t)]. \quad (1.16)$$

В процессе проектирования системы задачу стремятся решить наилучшим образом, т. е. обеспечить условие $\mathcal{E} = \text{extr}$.

Формальным описанием системы, используемой при управлении комплексом или процессом, является совокупность операторных уравнений, устанавливающих зависимость эффективности комплекса от основных параметров и реакций при заданных внешних воздействиях:

$$\mathcal{E} = F(Q, Y) \text{ при } X = X(\alpha, t). \quad (1.17)$$

Использование таких математических моделей в составе комплекса позволяет оптимизировать качество управления в сложных ситуациях работы.

В процессе исследования и проектирования радиосистем возникает необходимость в решении следующих инженерных задач:

анализ характеристик фазовых переменных X и Y (рис. 1.3);

анализ характеристик радиоустройств, описываемых операторами A , или образующих их функциональных звеньев;

оценка показателей качества K радиосистемы, характеризующих точность, помехоустойчивость, надежность и т. п.;

оценка эффективности радиосистемы в целом;

оценка критических значений внешних α или внутренних β параметров системы;

оптимизация параметров α и β по заданному критерию;

выбор наилучшей структуры системы A^* из множества A возможных вариантов (функциональное проектирование).

Многие из перечисленных задач можно решить, получив оценку технической эффективности исследуемой или проектируемой системы. Однако для этого необходимо располагать соответствующими критериями оценки. Рассмотрим возможные способы выбора критерия.

Радиосистемы относятся к сложным стохастическим системам, поэтому их эффективность следует оценивать вероятностными критериями. Такими критериями могут быть:

вероятность наступления события B , состоящего в том, что система выполнит поставленную задачу полностью:

$$\mathcal{E}_1 = P(B), \quad 0 \leq \mathcal{E}_1 \leq 1; \quad (1.18)$$

математическое ожидание некоторой случайной величины B :

$$\mathcal{E}_2 = M[B] = M[Y(t_1)], \quad 0 \leq t_1 \leq T_n; \quad (1.19)$$

дисперсия случайной величины B :

$$\mathcal{E}_3 = D[B] = D[Y(t_1)], \quad 0 \leq t_1 \leq T_n. \quad (1.20)$$

Рассмотрим некоторые особенности введенных критериев.

Критерий (1.18) определяет качество работы системы в соответствии с принципом «все или ничего», «да или нет», например обнаружены или не обнаружены цели РЛС, переданы или не переданы сообщения СПИ,

поражены или не поражены цели РСУ. В общем случае техническая эффективность системы в виде (1.19) определяется следующим соотношением:

$$\mathcal{E}_1 = P(B) = \int_G W(q_1, q_2, \dots, q_n) dq_1 dq_2 \dots dq_n, \quad q_i \in G,$$

где $W(q_1, q_2, \dots, q_n)$ — многомерная функция распределения плотности вероятностей решения системой поставленной задачи; $Q = \{q_i\}$ ($i=1, 2, \dots, n$) — множество параметров, которые оказывают непосредственное влияние на вероятность выполнения системой поставленной задачи; G — область значений, которые принимают параметры системы в процессе ее функционирования.

Для оценки технической эффективности этим способом необходимо вначале найти многомерное распределение $W(Q)$. Методом моделирования на ЭВМ можно найти лишь гистограмму распределения, т. е. оценку $\hat{W}(Q)$, и при условии, что множество Q содержит один-два параметра.

Второй способ определения эффективности — непосредственное использование статистического моделирования системы. При этом эффективность можно оценить как

$$\mathcal{E}_1 = \hat{P}(B) = n_B/N, \quad (1.21)$$

где N — объем выборки из ансамбля реализаций (числа испытаний модели системы); n_B — число опытов, которые завершились выполнением системой поставленной задачи.

Эффективность должна быть определена с учетом множества показателей качества $K = \{K_i\}$ ($i=1, 2, \dots, m$). Как уже отмечалось, все показатели взаимосвязаны и оценка технической эффективности должна проводиться с учетом этих связей. Для этого необходимо располагать весьма детальной и сложной математической моделью радиосистемы, что затруднительно, особенно на начальных стадиях проектирования. Поэтому на начальных стадиях проектирования эффективность системы оценивают по какому-либо одному (чаще главному) показателю качества, например надежности, пропускной способности, помехоустойчивости:

$$\mathcal{E}_1 = P^n(B); \quad \mathcal{E}_1 = P^n(B); \quad \mathcal{E}_1 = P^{ny}(B). \quad (1.22)$$

Для решения каждой задачи в отдельности должны быть построены соответствующие математические модели. Более полной может быть оценка эффективности с учетом нескольких показателей качества одновременно, например:

$$\mathcal{E}_1 = P^{n,ny}(B); \mathcal{E}_2 = P^{n,n}(B); \mathcal{E}_3 = P^{n,ny}(B). \quad (1.23)$$

Рассмотрим теперь критерий (1.19) и (1.20). Оценка эффективности системы с помощью этих критериев характеризует качество работы системы в соответствии с принципами «чем больше, тем лучше» или «чем меньше, тем лучше». В общем случае с помощью этих критериев эффективность можно оценить по формулам

$$\mathcal{E}_2 = \int_G BW(B) dB; \quad (1.24)$$

$$\mathcal{E}_3 = \int_G B^2 W(B) dB - \{M[B]\}^2, \quad (1.25)$$

где $W(B)$ — распределение плотности вероятностей случайной величины B ; G — заданная область значений B . В случае моделирования радиосистемы $W(B)$ можно получить как оценку $\hat{W}(B)$ в виде гистограммы распределения. Далее для оценки эффективности необходимо воспользоваться соотношениями (1.24) или (1.25).

Итак, подготовительная работа, которую необходимо выполнить до начала исследования радиосистемы на ЭВМ, в каждом конкретном случае включает (рис. 1.3): разработку алгоритмов формирования реализаций вектора входной фазовой переменной X ;

формирование и реализацию на ЭВМ математической модели, подлежащей исследованию радиосистемы для получения реализаций выходной фазовой переменной Y ;

разработку программы для получения численных значений выходных параметров моделируемой радиосистемы, позволяющих оценить качество ее функционирования.

Эта работа содержит неформальную часть, требующую для выполнения высокой квалификации, и формальную, которая в принципе может быть автоматизирована. Автоматизация моделирования на своей начальной стадии может состоять в том, что формальная часть подготовительной работы выполняется заранее и исполь-

зуется далее исследователем по мере необходимости. Эти вопросы применительно к различным иерархическим уровням описания радиосистем рассмотрены далее.

Литература: *Основная* [1, 2, 35], *дополнительная* [36, 37, 38].

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАДИОСИСТЕМ

2.1. ОСНОВНЫЕ ПРАВИЛА ФОРМАЛЬНОГО ОПИСАНИЯ СЛОЖНЫХ РАДИОСИСТЕМ

Чтобы составить формальное описание системы, необходимо воспользоваться ее функциональной схемой, каждый блок которой описывается соотношением (1.7), и далее ввести правила действий над фигурирующими в схеме фазовыми переменными X и Z с помощью базиса операторов A .

В большинстве случаев при составлении формального описания сложной системы можно ограничиться следующими основными правилами действий над операторами.

Правило 1. Уравнение (1.7) означает, что оператор A , описывающий функции системы, действует на множество X входных фазовых переменных, в результате получаем множество выходных фазовых переменных Y (рис. 1.2):

$$X = X_j = \{x_i(t)\}, \quad i=1, 2, \dots, n; \\ j=1, 2, \dots, N; \quad 0 \leq t \leq T_n, \quad (2.1)$$

$$Y = Y_j = \{y_i(t)\}, \quad i=1, 2, \dots, m; \\ j=1, 2, \dots, M; \quad 0 \leq t \leq T_n,$$

где N, M — число входов и выходов системы; n и m — число реализаций входной и выходной фазовой переменной соответственно.

Следствие 1. Если $X_j = \{x_i(t)\}$ ($i=1, 2, \dots, n$; $j=1, 2, \dots, N$), а $Y_j = \{y_i(t)\}$ ($j=1; i=1, 2, \dots, m$), то элемент функциональной схемы описывается следующим операторным уравнением:

$$Y_1 = A[X_1, X_2, \dots, X_N]. \quad (2.2)$$

Это формальное описание системы с несколькими входами и одним выходом.

Следствие 2. Если $A \equiv 0$ и при $X \neq 0$ $Y = AX \equiv 0$, то между входами X и выходами Y системы имеет место полный разрыв функциональных (информационных) связей.

Следствие 3. Если $A = 1$, то $Y = AX = X$, т. е. имеет место тождественное преобразование входной фазовой переменной.

Следствие 4. Если $X \equiv 0$ и при любом $A \neq 0$ $Y \equiv 0$, то элемент функциональной схемы системы, описываемой оператором A , не содержит никаких внутренних источников информации или энергии.

Следствие 5. Если $X \equiv 0$ и при любом $A \neq 0$ $Y \neq 0$, то элемент системы, описываемый оператором A , содержит внутренний источник информации или энергии.

Правило 2. Если функциональная схема системы представлена последовательным соединением нескольких блоков, каждый из которых описывается оператором A_1, A_2, \dots, A_p соответственно, то ее можно представить следующим формальным операторным уравнением:

$$Y_M = A_p A_{p-1} \dots A_2 A_1 X_j \text{ или } Y_M = AX_j, \quad (2.3)$$

где $A = A_p A_{p-1} \dots A_2 A_1$, а X_j, Y_M определяются (2.1). Операторы в (2.3) некоммумутативны.

Пример 2.1. Предположим, что в результате неформального описания системы удалось составить ее функциональную схему, а по ней формальную схему системы (рис. 2.1). Система состоит из четырех взаимосвязанных подсистем:

$A_i, i=1, 2, 3, 4$, — операторы, описывающие функции отдельных подсистем;

$X = \{X_j\}, j=1, 2, 3$, — входные фазовые переменные;

$Y = \{Y_j\}, j=1, 2, 3, 4$, — выходные фазовые переменные;

$Z = \{Z_{12}, Z_{31}, Z_{42}, Z_{24}, Z_{34}\}$ — внутренние фазовые переменные.

В соответствии с введенными выше правилами составления формального описания выходные фазовые переменные можно представить следующими операторными уравнениями:

$$Y_1 = A_1[\beta_1, X_1(\alpha_1, t), Z_{31}(t)],$$

$$Y_2 = A_2[\beta_2, X_2(\alpha_2, t), Z_{42}(t), Z_{12}(t)],$$

$$Y_3 = A_3[\beta_3, X_3(\alpha_3, t)],$$

$$Y_4 = A_4[\beta_4, Z_{34}(t), Z_{24}(t)],$$

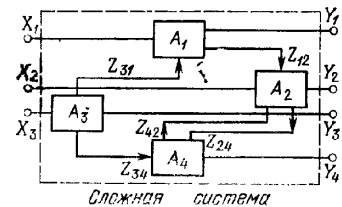


Рис. 2.1.

где α_i, β_i — входные и внутренние параметры системы; $0 \leq t \leq T_n$ — время реализации процесса при моделировании системы.

Формальное описание можно свести к операторному уравнению вида $Y = AX$, которое является обобщенной математической моделью сложной системы. Например, формальное описание системы относительно выходной фазовой переменной

$$Y_1 = A_1[\beta_1, X_1(\alpha_1, t); A_3[\beta_3, X_3(\alpha_3, t)]];$$

относительно множества выходных параметров в соответствии с (1.9)

$$Y = F_2(Y_1) = F_2\{A_1[\beta_1, X_1(\alpha_1, t); A_3[\beta_3, X_3(\alpha_3, t)]]\}.$$

Рассмотренные правила и методика формального описания сложных систем являются универсальными и будут использованы при описании радиоустройств и систем на различных иерархических уровнях.

2.2. ИЕРАРХИЧЕСКАЯ СТРУКТУРА И СПОСОБЫ ДЕКОМПОЗИЦИИ РАДИОСИСТЕМ

В основе проектирования сложных систем лежит системный подход, главными принципами которого являются специализация, иерархичность, автоматизация [1].

При реализации принципов специализации и иерархичности общий процесс проектирования системы разбивается на ряд этапов. При этом процесс проектирования системы осуществляется на следующих иерархических уровнях: уровень, определяющий идеологию данного класса систем, уровень систем и подсистем, уровень устройств и, наконец, уровень конструирования и технологии. На каждом уровне проектирования общая задача обычно разбивается на ряд частных, решаемых различными специалистами. Этот подход позволяет в процессе проектирования системы рассмотреть значительное число вариантов ее построения. Принципы специализации и иерархичности наиболее эффективны при широком использовании математического моделирования на ЭВМ.

Рассмотрим применение принципа иерархичности к моделированию радиосистем. Исследование системы включает ее расчленение на отдельные элементы и последующее изучение их во взаимосвязи с точки зрения функционирования системы в целом. Такое представление сложной системы можно получить путем рассечения несущественных динамических, информационных, конструктивных и других связей.

Процедура рассечения несущественных связей и фиксации существенных называется *декомпозицией*. Декомпозиция путем рассечения динамических связей основана на том, что хотя процессы, протекающие в различных частях радиосистемы и на различных этапах ее работы, взаимосвязаны и обусловлены, процесс работы системы в целом обычно удается разбить на ряд последовательно и параллельно протекающих во времени этапов, на каждом из которых системой решается частная задача. Например, работу радиолокационной системы (РЛС) при выполнении ею задачи по оценке параметров траектории движения цели можно разбить на следующие этапы: 1) поиск и обнаружение цели; 2) захват цели на сопровождение, 3) слежение за радиолокационными параметрами цели, 4) измерение координат цели, 5) оценка параметров траектории движения цели. На каждом этапе в работе участвуют различные подсистемы РЛС. Этапы 1 и 2 выполняются последовательно, а этапы 3—5 — параллельно. Для каждого этапа можно составить соответствующую математическую модель. Изучение работы системы на выделенных этапах с помощью этих моделей позволяет получить представление о функционировании системы в целом и в то же время существенно упростить процесс проектирования системы.

Информационные (функциональные) связи характеризуют взаимодействие отдельных частей радиосистемы на каждом из выделенных этапов ее работы. Фиксация и изучение этих связей является целью исследования радиосистем и важным этапом их системотехнического проектирования. Поэтому декомпозицию радиосистем на основе функциональных связей рассмотрим подробнее.

В этом случае радиосистема разбивается на отдельные функциональные блоки, каждый из которых выполняет определенные операции над фазовыми переменными. Такое представление радиосистемы позволяет составить ее функциональную схему, являющуюся основой построения математической модели системы. Один из возможных вариантов декомпозиции радиосистемы при ее системотехническом проектировании методами моделирования, показан на рис. 2.2.

Наиболее крупными частями, из которых формируется комплекс радиосистем, являются различные *радиосистемы* (см. § 1.2), а также нерадиотехнические системы. Радиосистемы в свою очередь можно представить со-

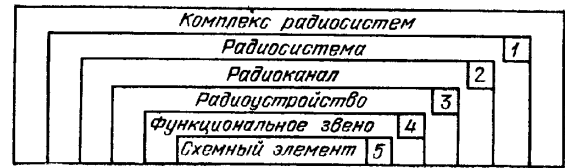


Рис. 2.2.

стоящими из *радиоканалов* — совокупностью радиоустройств, которые в рамках отдельной радиосистемы обеспечивают выполнение определенной задачи при передаче или извлечении информации $\lambda = \lambda(t)$, переносимой радиосигналами $s = s(t)$. В состав радиоканала обязательно входит физическая среда, в которой распространяются радиосигналы.

Для построения функциональной схемы радиоканала (или радиосистемы) на третьем иерархическом уровне, необходимо ввести в рассмотрение *радиоустройство*. Радиоустройство выполняет определенную задачу по формированию или обработке радиосигналов, например преобразование сообщения в сигнал $s = s(t, \lambda)$ путем модуляции какого-либо параметра сигнала (передающее устройство), преобразование радиосигнала в сообщение $\lambda = \hat{\lambda}(t)$ (приемное устройство). Математическое моделирование радиоканала на уровне радиоустройств позволяет сформулировать требования к выходным параметрам последних, при которых могут быть реализованы заданные показатели радиоканала.

Любое радиоустройство можно составить из ограниченного числа различных *функциональных звеньев* — части радиоустройства, которая выполняет заданную функцию по формированию или преобразованию электромагнитных полей, радиосигналов или информационных процессов. К функциональным звеньям относятся элементы радиоустройств, осуществляющие генерирование информационных процессов и сигналов, демодуляцию радиосигналов, усиление, преобразование частоты, фильтрацию и т. п. Располагая набором различных функциональных звеньев, можно из них составлять функциональные схемы широкого класса радиоустройств, радиоканалов и радиосистем. Математическое моделирование радиосистем путем описания их на четвертом иерархическом уровне получило широкое распространение.

Функциональные звенья радиоустройств состоят из *схемных элементов*, которые можно подразделить на активные (электронные лампы, полупроводниковые приборы, реле и т. п.) и на пассивные (резисторы, конденсаторы, катушки индуктивности). Схемные элементы являются простейшими частями радиосистем. Модели пятого иерархического уровня применяют при схмотехническом проектировании функциональных звеньев и более крупных элементов радиосистем. При решении задач системотехнического проектирования математические модели на уровне схемных элементов оказываются слишком детальными и сложными для реализации на ЭВМ.

2.3. ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ КОМПЛЕКСОВ НА УРОВНЕ РАДИОСИСТЕМ

Построению обобщенной математической модели (формального описания) любой системы, в том числе и комплекса радиосистем, предшествует неформальное (концептуальное) описание, которое включает:

определение типичных тактических ситуаций использования комплекса;

формулировку задачи исследования и выбор критерия для оценки эффективности комплекса;

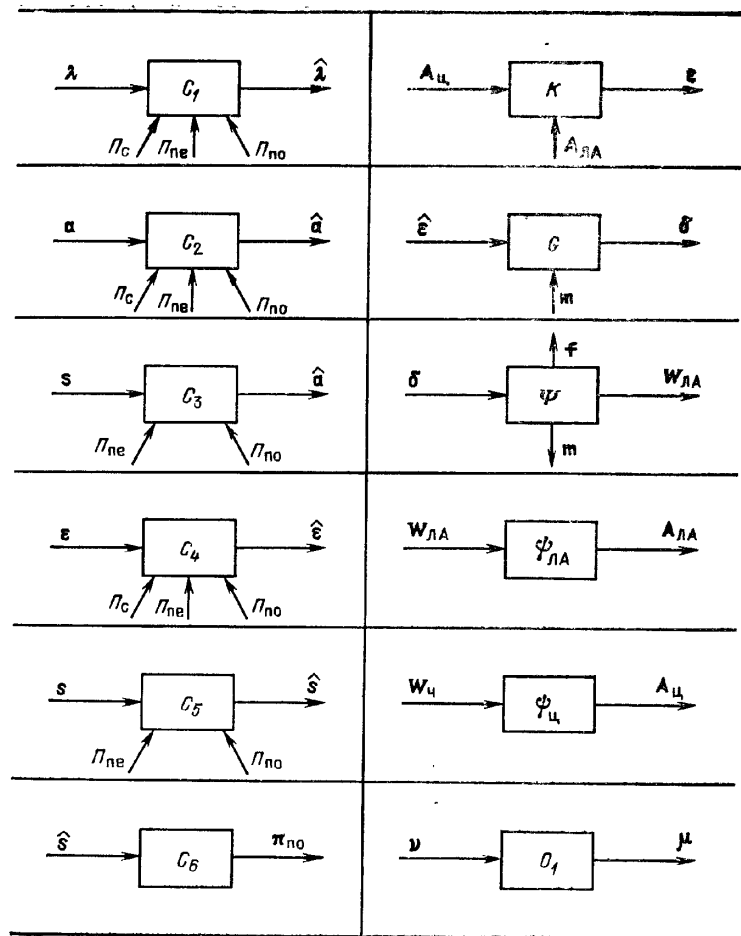
функциональную схему.

Например, комплекс радиосистем управления летательным аппаратом (ЛА) в наиболее укрупненном виде можно представить состоящим из совокупности взаимодействующих радиосистем, объектов наблюдения и управления, исполнительных устройств, вычислительных и регистрирующих приборов [3]. Для составления формального описания такого комплекса используем базис операторов

$$K_1 = \{C_i, O_j\},$$

где C_i ($i=1, 2, \dots, l$) — операторы, описывающие различные радиосистемы, которые могут входить в состав комплекса; O_j ($j=1+l, \dots, L$) — операторы, описывающие различные нерадиотехнические системы, входящие в состав комплекса.

Формальные схемы элементов для описания комплексов радиосистем на уровне систем приведены в табл. 2.1.



C_1 — оператор, описывающий работу системы передачи информации (СПИ): $\lambda = \lambda(t)$, $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}(t)$ — подлежащий передаче информационный параметр и его оценка на приемной стороне; $\Pi_c = \{s_i(t)\}$ ($i=1, 2, \dots, \alpha$) — множество сигналов, обеспечивающих перенос информации; $\Pi_{ne} = \{\pi_{nei}(t)\}$ ($i=1, 2, \dots, \beta$) — множество естественных помех, сопровождающих работу СПИ; $\Pi_{po} = \{\pi_{poi}(t)\}$ ($i=1, 2, \dots, \gamma$) — множество организованных помех, которые сопровождают работу СПИ.

C_2 — оператор, описывающий работу РЛС: $\mathbf{a} = \mathbf{a}(t)$ — вектор, описывающий траекторию движения цели; $\hat{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{a}}(t)$ — оценка вектора на выходе РЛС.

C_3 — оператор, описывающий работу РНС: $\mathbf{s} = \mathbf{s}(t, \mathbf{a})$ — радиосигнал, поступающий на вход навигационного устройства; $\hat{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{a}}(t)$ — оценка параметров сигнала, используемая для местоопределения ЛА в заданной системе координат.

C_4 — оператор, описывающий сложное радиозвено системы радиуправления. В данном случае под сложным радиозвеном понимаем все радиосистемы, обеспечивающие получение оценки $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}(t)$ параметра рассогласования $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}(t)$ на входе, на основе которого вырабатываются команды управления ЛА.

C_5 — оператор, описывающий работу системы радиоразведки (СРР): $\mathbf{s} = \mathbf{s}(t)$ — разведываемые радиосигналы; $\hat{\mathbf{s}} = \hat{\mathbf{s}}(t)$ — оценка параметров радиосигнала на выходе.

C_6 — оператор, описывающий работу системы радиопротиводействия (СРП): $\hat{\mathbf{s}} = \hat{\mathbf{s}}(t)$ — оцениваемые СРР параметры радиосигналов работающих радиосистем (входные фазовые переменные); $\pi_{\text{по}} = \pi_{\text{по}}(t, \lambda_n)$ — сформированные системой РПД организованные помехи.

K — оператор, описывающий кинематические связи, складывающиеся при взаимном перемещении цели и управляемого ЛА, а также пунктов передачи и приема полезных и мешающих сигналов: входные фазовые переменные $\mathbf{A}_c(t) = (x_{1c}, x_{2c}, x_{3c})$ — вектор-функция текущих координат цели (траектория цели);

$\mathbf{A}_{\text{ЛА}}(t) = (x_{1\text{ЛА}}, x_{2\text{ЛА}}, x_{3\text{ЛА}})$ — траектория летательного аппарата; выходная фазовая переменная $\boldsymbol{\varepsilon}(t) = (\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ — параметр рассогласования между фактической и требуемой траекториями движения ЛА.

G — оператор, описывающий работу автопилота, обеспечивающего выработку необходимых команд для управления движением летательного аппарата: $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = (\hat{\varepsilon}_1, \hat{\varepsilon}_2)$ — оценка параметра рассогласования; $\mathbf{m} = \{m_i\}$ ($i=1, 2, \dots, k$) — сигналы обратных связей,

устанавливаемых для стабилизации движения ЛА; выходная фазовая переменная $\boldsymbol{\delta} = (\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots)$ — отклонения рулевых органов управления объекта от нейтрального положения;

Ψ — оператор, описывающий динамику ЛА: $\mathbf{W}_{\text{ЛА}} = (W_{1\text{ЛА}}, W_{2\text{ЛА}}, W_{3\text{ЛА}})$ — вектор ускорения ЛА; \mathbf{f} — внешние силы, действующие на корпус ЛА; $\mathbf{m} = \{m_i\}$ ($i=1, 2, \dots, k$) — сигналы обратных связей, характеризующие перемещение ЛА в пространстве.

$\phi_{\text{ЛА}}$ — оператор, описывающий динамическое звено ЛА: $\mathbf{W}_{\text{ЛА}} = \mathbf{W}_{\text{ЛА}}(t)$ — вектор-функция ускорения; $\mathbf{A}_{\text{ЛА}} = \mathbf{A}_{\text{ЛА}}(t)$ — вектор-функция текущих координат летательного аппарата.

ψ_c — оператор, описывающий динамическое звено цели: $\mathbf{W}_c = \mathbf{W}_c(t)$ — вектор-функция ускорения цели; $\mathbf{A}_c = \mathbf{A}_c(t)$ — вектор-функция текущих координат цели.

O_1 — оператор, описывающий работу ЭВМ, входящей в состав комплекса радиуправления: $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_n)$ — множество исходных данных, вводимых в ЭВМ; $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m)$ — множество результатов вычисления.

Таким образом, для описания комплекса радиосистем управления ЛА базис операторов содержит следующие основные операторы:

$$K_1 = \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6, K, G, \Psi, \phi_{\text{ЛА}}, \psi_c, O_1\}.$$

Этот базис можно использовать для построения формальной схемы и формального описания различных комплексов радиосистем. При формальном описании комплексов радиосистем с помощью операторов базиса K_1 вводятся следующие основные допущения:

функции каждого оператора определены однозначно; внутренняя структура каждого элемента, описываемого соответствующим оператором, неизвестна, таким образом, каждый блок формальной схемы комплекса представляется «черным ящиком», входные и выходные фазовые переменные которого заданы;

на основании информационного описания комплекса установлены функциональные связи между его элементами, которые заданы фазовыми переменными, внешними и внутренними параметрами;

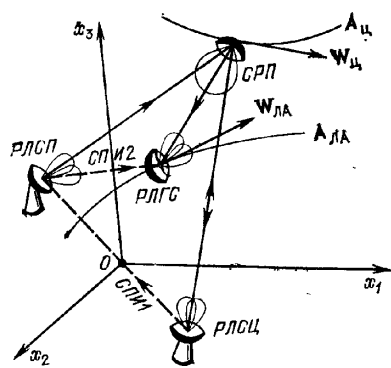


Рис. 2.3.

данных целеуказания; РЛСП — радиолокационная система подсвета цели; РЛГС — радиолокационная головка самонаведения; СРП — система радиопротиводействия, предназначенная для создания организованных помех радиосистемам комплекса.

Требуется сопоставить формальное описание комплекса для оценки его эффективности по помехозащищенности в отношении организованных помех. В соответствии с (1.16) для оценки эффективности принимаем следующий критерий:

$$\mathcal{E}_1 = P^{ns}(B) = \prod_{i=1}^N P_{i/(i-1)}^{ns}(B_i), \quad (2.4)$$

где $P_{i/(i-1)}^{ns}(B_i)$ — эффективность работы комплекса на i -м этапе при условии, что на $(i-1)$ -м этапе задача была выполнена с вероятностью P_{i-1} .

Для составления формального описания комплекса необходимо воспользоваться введенными выше операторами (табл. 2.1). Работу комплекса целесообразно разбить на ряд этапов и оценивать его эффективность по результатам моделирования на каждом этапе. Так, эффективность работы комплекса на этапе поиска и захвата цели на сопровождение РЛСЦ (рис. 2.3) можно оценивать вероятностью $\mathcal{E}_{1,1} = P_1(B_1)$, эффективностью работы комплекса на этапе подсвета цели — вероятностью $\mathcal{E}_{1,2} = P_{2/1}(B_2)P_1(B_1)$, на этапе поиска и захвата цели на сопровождение — вероятностью $\mathcal{E}_{1,3} = P_{3/2}(B_3) \times P_{2/1}(B_2)P_1(B_1)$. Если при моделировании комплекса радиуправления нас интересует только этап наведения ЛА на цель, т. е. эффективность работы всех радиосистем комплекса, обеспечивающих управление ЛА, то для оценки эффективности работы комплекса можно воспользоваться критерием

$$\mathcal{E}_1 = P^{ns}[\|\mathbf{h}(t)\| \leq \Delta], \quad (2.5)$$

где $\mathbf{h}(t)$ — мгновенный промах; в общем случае $\mathbf{h}(t) = [\mathbf{e}(t)]$ [34]. В терминальных системах, которая в данном случае рассматривается, $\mathbf{h}(t) = \mathbf{h}(T_n)$ (где $t = T_n$) — момент встречи, когда расстояние ЛА — цель $r(t) = \min$. В этом случае

$$\hat{\mathcal{E}}_1 = P[\|\mathbf{h}(T_n)\| \leq \Delta] = n_n/N, \quad (2.6)$$

при составлении формального описания комплекса радиосистем используются введенные выше правила действий над операторами.

Пример 2.2. Типичная ситуация использования комплекса полуактивного самонаведения показана на рис. 2.3 [3]. В его состав входят следующие радиосистемы: РЛСЦ — радиолокационная система поиска и захвата цели на сопровождение; СПИ1, СПИ2 — системы передачи

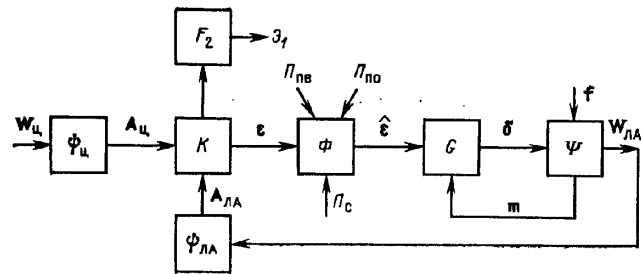


Рис. 2.4.

где $|\mathbf{h}(T_n)| = \mathbf{h}(t)|_{t=T_n} = F(\mathbf{e})$, $0 \leq t \leq T_n$; N — выборка из ансамбля реализаций пусков ЛА на цель $|\mathbf{h}(t)|$, полученная с помощью моделирования комплекса на ЭВМ; n_n — число пусков, в которых было удовлетворено условие $|\mathbf{h}(T_n)| \leq \Delta$.

Следовательно, для оценки эффективности комплекса на рассматриваемом этапе его работы необходимо располагать реализациями мгновенного промаха $\mathbf{h}(t)$ ($0 \leq t \leq T_n$). Формальное описание комплекса для получения реализаций $\mathbf{h}(t)$ можно найти с помощью схемы на рис. 2.4. С учетом введенных выше правил формального описания сложных систем имеем

$$A_{\text{ц}} = \Phi_{\text{ц}} W_{\text{ц}}; A_{\text{ЛА}} = \Phi_{\text{ЛА}} W_{\text{ЛА}}; \mathbf{e} = K[A_{\text{ц}}, A_{\text{ЛА}}], \quad (2.7)$$

$$\hat{\mathbf{e}} = \Phi[\mathbf{e}; P_{\text{ц}}, P_{\text{пе}}, P_{\text{по}}], \quad (2.8)$$

где $\Phi = C_4$ (табл. 2.1),

$$\delta = G[\hat{\mathbf{e}}, m], W_{\text{ЛА}} = \Psi[\delta, f], m = \Psi_1[\delta, f]. \quad (2.9)$$

Уравнения (2.7) описывают динамические и кинематические звенья, уравнение (2.8) — сложное радиозвено, а (2.9) — звено автопилот — корпус ЛА.

Чтобы получить формальное описание комплекса по критерию (2.5), необходимо составить операторное уравнение для параметра рассогласования $\mathbf{e}(t)$. Из (2.7) — (2.9) непосредственно получаем

$$\mathbf{e} = K_{\text{ц}}[\Phi_{\text{ц}} W_{\text{ц}}; \Phi_{\text{ЛА}}[\Psi[\hat{\mathbf{e}}, m]; f(t)]], \quad (2.10)$$

где

$$\hat{\mathbf{e}} = \Phi[\mathbf{e}, P_{\text{ц}}, P_{\text{пе}}, P_{\text{по}}]. \quad (2.11)$$

Соотношения (2.11) и (2.7) составляют формальное описание комплекса радиуправления по критерию вероятности того, что промах $\mathbf{h}(T_n)$ не превысит порога.

Для формирования математической модели комплекса на основе формального описания все операторы необходимо описать соответствующими математическими соотношениями.

Математические модели радиосистем, используемые при моделировании комплексов радиуправления, рассмотрены в гл. 6 и 7.

2.4. ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ РАДИОСИСТЕМ НА УРОВНЕ РАДИОКАНАЛОВ

При системотехническом проектировании комплекса радиосистем на этапе формулировки требований к выходным параметрам входящих в него радиосистем необходимо детализировать оператор Φ в (2.11). Это достигается формальным описанием каждой радиосистемы, входящей в состав комплекса, своим оператором C_i ($i=1, 2, \dots, k$) (табл. 2.1).

Следующим этапом декомпозиции комплекса или отдельной радиосистемы является их рассмотрение на уровне радиоканала. В этом случае базис операторов

$$C_i = \{P_i, O_j\}, \quad i=1, 2, \dots, l; \quad j=l+1, \dots, L,$$

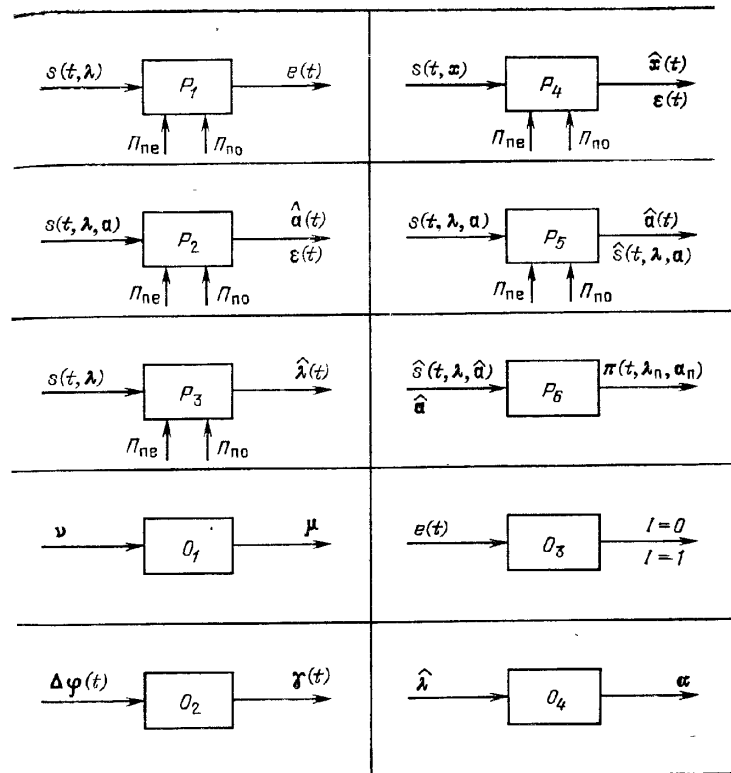
где P_i — операторы, описывающие работу различных радиоканалов; O_j — операторы, описывающие различные нерадиотехнические элементы, входящие в состав радиосистем.

Все используемые в радиосистемах радиоканалы можно разделить по их функциональному назначению на восемь категорий:

- 1) поиска сигнала $s=s(t, \lambda)$,
- 2) слежения за параметрами сигнала,
- 3) измерения параметров сигнала,
- 4) сопровождения цели по координатам $X = (x_1, x_2, x_3)$,
- 5) передачи информации,
- 6) измерения координат цели,
- 7) радиоразведки параметров сигнала,
- 8) радиопротиводействия перечисленным выше каналам.

В соответствии с этой классификацией в табл. 2.2 приведены формальные схемы элементов (операторов) для описания различных радиосистем на уровне радиоканалов.

P_1 — оператор, описывающий радиоканалы поиска и захвата радиосигнала $s=s(t, \lambda)$: $\Pi_{пе} = \{\pi_{пеi}(t)\}$ ($i=1, 2, \dots, n$) и $\Pi_{по} = \{\pi_{поi}(t, \lambda_n)\}$ ($i=1, 2, \dots, m$) — множество естественных и организованных помех, сопровождающих работу радиоканала; $e=e(t) > E_0$ — выходная фазовая переменная (E_0 — некоторый порог, превышение которого может свидетельствовать о наличии сигнала). В зависимости от назначения оператор P_1 мо-



жет описывать радиоканалы поиска сигнала по мощности, частоте, дальности и угловым координатам.

P_2 — оператор, описывающий работу радиоканалов слежения за параметрами сигнала $s=s(t, \lambda, a)$, где $a=(a_1, a_2, \dots, a_n)$ — параметры сигнала, за которыми осуществляется слежение. В качестве выходной фазовой переменной здесь может быть оценка параметра $\hat{a} = \hat{a}(t)$ или мгновенная ошибка слежения за параметром $\epsilon(t) = a(t) - \hat{a}(t)$. В зависимости от назначения радиоканала оператор P_2 может описывать каналы слежения: за частотой или фазой сигнала $s=s(t, \lambda, \omega_c)$ с выходными параметрами $s=s(t, \lambda, \omega_c)$ или $e(t) = \omega_c(t) - \hat{\omega}_c(t)$; за мощностью (амплитудой) сигнала $s=s(t, \lambda, p)$ с выход-

ными параметрами $s=s(t, \lambda, \hat{a})$ или $e(t)=p(t)-\beta(t)$; за дальностью до цели $s=s(t, \lambda, r)$ с выходными параметрами $s=s(t, \lambda, r)$ или $e(t)=r(t)-\beta(t)$; за целью по угловым координатам $s=s(t, \lambda, \varphi)$; $\varphi=(\alpha, \beta)$ — угловые координаты цели (α — азимут, β — угол места). Выходными параметрами здесь могут быть $s=s(t, \lambda, \hat{\varphi})$ — оценка угловых координат, $e(t)=\varphi(t)-\hat{\varphi}(t)$ — ошибка слежения.

P_3 — оператор, описывающий работу радиоканала передачи информации (основного канала СПИ): $s=s(t, \lambda)$ — входной сигнал, несущий передаваемую информацию $\lambda=\lambda(t)$; $\hat{\lambda}=\hat{\lambda}(t)$ — оценка информации на приемной стороне; $\Pi_{не}$, $\Pi_{по}$ — множества естественных и организованных помех, сопровождающих работу радиоканала.

P_4 — оператор, описывающий работу радиоканала сопровождения цели по координатам. Входной фазовой переменной здесь является $s=s(t, \mathbf{x})$, где $\mathbf{x}=(x_{1ц}, x_{2ц}, x_{3ц})$ — координаты цели, выходными параметрами могут быть оценка $\hat{\mathbf{x}}=\hat{\mathbf{x}}(t)$ или мгновенная ошибка $e(t)=\mathbf{x}(t)-\hat{\mathbf{x}}(t)$.

P_5 — оператор, описывающий работу радиоканалов разведки сигналов $s=s(t, \lambda, \mathbf{a})$, излучаемых работающими радиоканалами. На выходе канала получаем оценку параметров сигнала $\hat{\mathbf{a}}=\hat{\mathbf{a}}(t)$ или оценку сигнала в целом $\hat{s}=\hat{s}(t, \lambda, \mathbf{a})$.

P_6 — оператор, описывающий работу радиоканала радиопротиводействия. На входе канала действует $\hat{\mathbf{a}}=\hat{\mathbf{a}}(t)$ или $\hat{s}=\hat{s}(t, \lambda, \hat{\mathbf{a}})$, на выходе получаем надлежащим образом сформированную помеху $\pi=\pi(t, \lambda_n, \mathbf{a}_n)$.

Нерадиотехнические элементы, входящие в состав радиосистем, можно описать следующими операторами:

O_1 — оператор, описывающий работу ЭВМ, реализующую некоторый вычислительный процесс: $\mathbf{v}=(v_1, v_2, \dots, v_n)$ — множество исходных данных для вычисления; $\mu=(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_m)$ — множество результатов вычисления.

O_2 — оператор, описывающий работу некоторых электромеханических устройств, например привода, обеспечивающего поворот антенны на заданный угол: $\Delta\varphi=\Delta\varphi(t)$ — ошибка слежения по углу на выходе радиоканала; $\varphi=\varphi(t)$ — угол поворота антенны.

O_3 — оператор, описывающий некоторое пороговое устройство (реле), фиксирующее наличие или отсутствие сигнала $e=e(t)$. Если $e(t) \leq E_0$, то $I=0$, если $e(t) > E_0$, то $I=1$.

O_4 — оператор, описывающий преобразование процесса $\hat{\lambda}=\hat{\lambda}(t)$ на выходе радиоканала в физический процесс неэлектрической природы, например преобразование напряжения $e=e(t)$ в отклонение стрелки измерительного прибора α .

Рассмотренный базис, содержащий 10 операторов:

$$C_1 = \{P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, O_1, O_2, O_3, O_4\},$$

позволяет описывать широкий класс различных радиосистем и комплексов на уровне радиоканала.

Пример 2.3. Система передачи информации через ИСЗ наряду с основным (главным) радиоканалом P_3 содержит также и вспомогательные радиоканалы:

P_{21} — поиска радиосигнала $s=s(t, \lambda, \omega_c)$ по частоте ω_c ,
 P_{22} — слежения за частотой сигнала с ошибкой $e_\omega(t)=\omega_c(t)-\hat{\omega}_c(t)$;

P_{23} — поиска спутника-ретранслятора по угловым координатам $\varphi=\varphi(t)$;

P_{24} — слежения за спутником по угловым координатам с ошибкой $e_\varphi(t)=\varphi(t)-\hat{\varphi}(t)$.

В процессе работы СПИ возможны организованные помехи, например, каналу слежения за сигналом по частоте. При этом формальную схему СПИ необходимо дополнить радиоканалом разведки сигнала по частоте P_{51} (на выходе которого получаем оценку частоты сигнала $\hat{\omega}_c=\hat{\omega}_c(t)$) и каналом радиопротиводействия P_{61} (на выходе которого получаем помехи $\pi=\pi(t, \lambda_n, \hat{\omega}_c)$ для подавления работы канала слежения по частоте).

Функциональная схема СПИ с учетом всех радиоканалов, показана на рис. 2.5. На схеме введены следующие обозначенные для фазовых переменных:

$\lambda=\lambda(t)$, $\hat{\lambda}=\hat{\lambda}(t)$ — передаваемая информация и ее оценка на приемной стороне;

$y(t)=s(t, \lambda, \omega_c)+n(t)$, $e_1(t)$ — смесь сигнала и помехи $n(t)$ на входе канала поиска сигналов по частоте и результат его обнаружения;

$y(t)=s(t, \lambda, \varphi)+n(t)$, $e_2(t)$ — смесь сигнала и помехи $n(t)$ на входе канала поиска по угловым координатам и результат его обнаружения;

$e_\omega(t)$, $e_\varphi(t)$ — ошибки на выходе каналов слежения по угловым координатам и по частоте соответственно;

$\hat{\omega}_c(t)$, $\pi(t, \lambda_n, \hat{\omega}_c)$ — оценка частоты сигнала на выходе канала радиоразведки и организованная помеха на выходе канала радиопротиводействия;

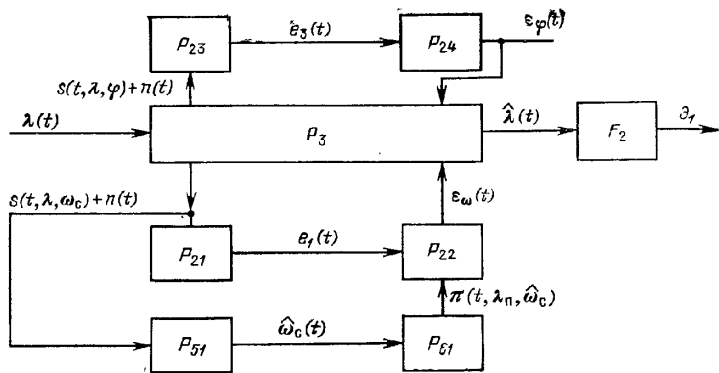


Рис. 2.5.

\mathcal{E}_1 — эффективность работы основного канала СПИ с учетом действия всех вспомогательных каналов и канала радиопротиводействия.

Используя функциональную схему СПИ на рис. 2.5 и соотношение (1.9), нетрудно получить формальное описание СПИ для оценки ее эффективности

$$\mathcal{E}_1 = F_2 [\hat{\lambda}(t)], \quad (2.12)$$

где

$$\hat{\lambda}(t) = P_3 [\lambda(t), \epsilon_\varphi(t), \epsilon_\omega(t)],$$

$$\epsilon_\varphi(t) = \varphi(t) - \hat{\varphi}(t), \quad \hat{\varphi}(t) = P_{24} P_{23} [s(t, \lambda, \varphi) + n(t)],$$

$$\epsilon_\omega(t) = \omega_c(t) - \hat{\omega}_c(t), \quad \hat{\omega}_c(t) = P_{22} [e_1(t), \pi(t, \lambda_n, \hat{\omega}_c)],$$

$$e_1(t) = P_{21} [s(t, \lambda, \omega_c) + n(t)]; \quad \pi(t, \lambda_n, \hat{\omega}_c) = P_{51} P_{52} [s(t, \lambda, \omega_c) + n(t)].$$

Придавая тот или иной смысл фигурирующим в схеме на рис. 2.5 операторам и осуществляя их математическое описание, получим множество математических моделей СПИ на уровне радиоканалов. Математические модели радиоканалов, используемые при моделировании радиосистем на уровне радиоканалов, рассмотрены в гл. 6 и 7.

2.5. ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ РАДИОСИСТЕМ И РАДИОКАНАЛОВ НА УРОВНЕ УСТРОЙСТВ

Радиоканал можно представить состоящим из радиоустройств и физической среды, в которой распространяются радиосигналы. Для составления формального описания радиоканала (или радиосистемы) на уровне устройств введем базис операторов

$$P_i = \{Y_i, O_j\}, \quad i=1, 2, \dots, m; \quad j=m+1, \dots, M,$$

где Y_i — операторы, описывающие функционирование различных радиоустройств; O_j — операторы, описывающие нерадиотехнические устройства, входящие в состав радиоканалов.

Базис операторов для составления формальной схемы и описания широкого класса радиоканалов нетрудно установить на основе неформального описания и функциональной схемы какого-либо радиоканала на уровне устройств.

В функциональной схеме канала передачи информации (рис. 2.6) фигурируют следующие фазовые переменные:

$\lambda = \lambda(t)$ — подлежащий передаче информационный параметр;

$\lambda_{KY} = \lambda_{KY}(t)$ — информационный параметр на выходе кодирующего устройства (КУ);

$s = s(t)$ — переносчик информации, сигнал;

$s = s(t, \lambda_{KY})$ — модулированный сигнал (радиосигнал);

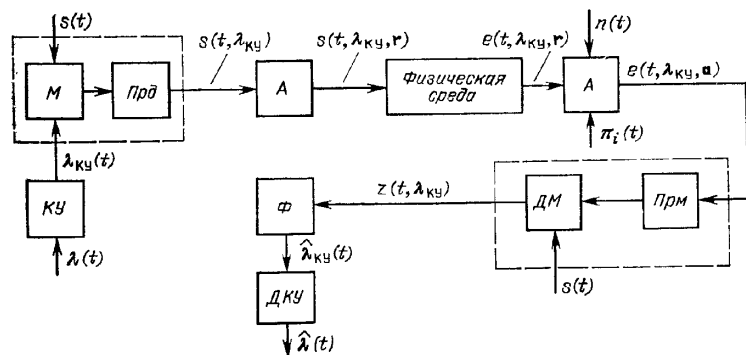


Рис. 2.6.

$\vec{s}_i = \vec{s}_i(t, \lambda_{KY}, \mathbf{r})$ — электромагнитное поле в раскрыве передающей антенны в направлении $\mathbf{r} = (x, y, z)$;

$\mathbf{e} = \mathbf{e}(t, \lambda_{KY}, \mathbf{r})$ — электромагнитное поле в раскрыве приемной антенны, созданное источником с направления $\mathbf{r} = (x, y, z)$;

$e = e(t, \lambda_{KY}, \mathbf{a})$ — напряжение сигнала на выходе приемной антенны (\mathbf{a} — параметры сигнала, искаженные действием помех);

$n = n(t)$ — собственный шум приемного устройства, приведенный ко входу антенны;

$z = z(t, \lambda_{KY})$ — сообщение на выходе приемного устройства;

$\hat{\lambda}_{KY} = \hat{\lambda}_{KY}(t)$ — оценка информационного параметра в кодированной форме;

$\hat{\lambda} = \hat{\lambda}(t)$ — оценка информационного параметра на выходе канала передачи информации.

На основе функциональной схемы на рис. 2.6 с учетом введенных фазовых переменных установим следующий базис операторов для формального описания радиоканалов на уровне радиоустройств (табл. 2.3):

$Y_1 = K$ — оператор, описывающий работу кодирующих устройств;

$Y_2 = G$ — оператор, описывающий работу декодирующих устройств (ДКУ);

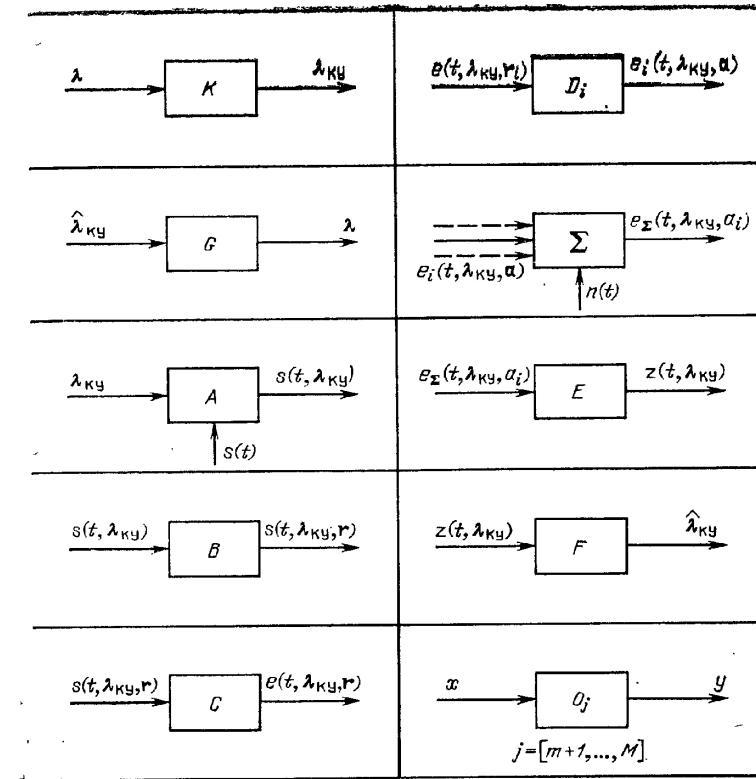
$Y_3 = A$ — оператор, описывающий модулирующие устройства совместно с генератором несущей (передаточное устройство);

$Y_4 = B$ — оператор, описывающий антенные устройства на передающей стороне системы, он преобразует сигнал $s = s(t, \lambda_{KY})$ в электромагнитное поле $s = s \times X(t, \lambda_{KY}, \mathbf{r})$, где $\mathbf{r} = (\alpha, \beta, r)$ — вектор, определяющий направление фронта волны;

$Y_5 = C$ — оператор, описывающий процесс распространения электромагнитного поля в физической среде;

$Y_6 = D_i$ — оператор, описывающий преобразование электромагнитного поля с направления \mathbf{r}_i в раскрыве приемной антенны в напряжение на ее выходе;

$Y_7 = \Sigma$ — оператор суммирования полей сигналов, входящих к антенне с различных направлений \mathbf{r}_i ($i = 1, 2, \dots, n$);



$Y_8 = E$ — оператор, описывающий в общей форме обработку (включая демодуляцию) сигналов в приемном устройстве;

$Y_9 = F$ — оператор, описывающий вторичную обработку сигналов, в частности, низкочастотную фильтрацию сообщения $z = z(t, \lambda_{KY})$.

Мы получили девять операторов:

$$P_1 = \{K, G, A, B, C, D_i, \Sigma, E, F\},$$

что достаточно для формального описания радиоканалов и радиосистем различного типа.

Пример 2.4. Рассмотрим СПИ с ЛА на приемный пункт С (рис. 2.7). Вследствие неоднородности физической среды возможно многолучевое распространение сигналов, определяемое векторами $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n$, что приводит к искажениям сообщения на приемной

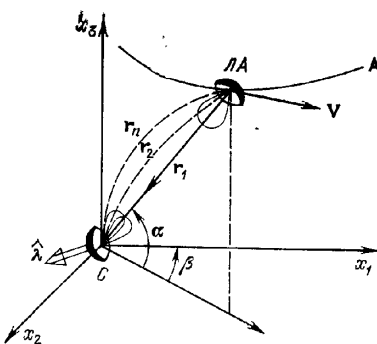


Рис. 2.7.

стороне. Необходимо составить формальную схему и формальное описание основного радиоканала СПИ для оценки эффективности ее работы по устойчивости к естественным помехам, вызванным собственным шумом приемного устройства $n(t)$ и многолучевым распространением сигналов.

Помехоустойчивость будем оценивать точностью работы СПИ. В качестве критерия для оценки эффективности примем вероятность того, что на протяжении сеанса радиосвязи T_n ошибка $\varepsilon = \varepsilon(t)$ при передаче информации не превысит пороговой Δ :

$$\mathcal{E}_1 = P^{ny}(|\varepsilon(t)| \leq \Delta), \quad 0 \leq t \leq T_n.$$

Мгновенная ошибка при передаче информации $\varepsilon(t) = \lambda(t) - \hat{\lambda}(t)$ ($0 \leq t \leq T_n$).

Рассматриваемая СПИ является многоэтапной системой. Оценку ее эффективности по критерию \mathcal{E}_1 можно осуществить с помощью соотношения

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= P^{ny}(|\varepsilon| \leq \Delta) = \prod_{i=1}^N P_{i/l}^{ny}(t_{l-1})(B_i) = \\ &= P_1(B_1) P_{2/l}(B_2) P_{3/2}(B_3), \end{aligned}$$

где $P_1(B_1)$ — вероятность того, что до начала сеанса радиосвязи приемная антенна будет наведена на ЛА (рис. 2.7) и будет следить за ним по угловым координатам (α, β) в течение всего сеанса связи, — это эффективность вспомогательного канала слежения за ЛА по угловым координатам; $P_{2/l}(B_2)$ — условная вероятность того, что система АПЧ за заданное время Δt обеспечит поиск сигнала по частоте и будет его надежно сопровождать в течение сеанса связи T_n , — это эффективность вспомогательного канала поиска по частоте и канала слежения по частоте; $P_{3/2}(B_3) = P_{3/2}(|\varepsilon(t)| \leq \Delta)$ — условная вероятность того, что в течение сеанса связи ошибка $|\varepsilon(t)| \leq \Delta$, — это эффективность основного радиоканала СПИ при условии, что все вспомогательные радиоканалы работают исправно, т. е. $P_1(B_1) = P_{2/l}(B_2) = 1$.

Полная модель СПИ должна учитывать совместную работу основного и вспомогательных радиоканалов. Однако для простоты далее будем рассматривать формальное описание лишь основного радиоканала СПИ. Неформальное описание СПИ (рис. 2.7) и введенный базис операторов (табл. 2.3) позволяют составить формальную схему основного радиоканала СПИ и его формальное описание для оценки эффективности \mathcal{E}_1 с помощью критерия

$$\mathcal{E}_1^* = P_{3/2}(|\varepsilon(t)| \leq \Delta). \quad (2.13)$$

Формальная схема радиоканала с учетом многолучевого распространения показана на рис. 2.8.

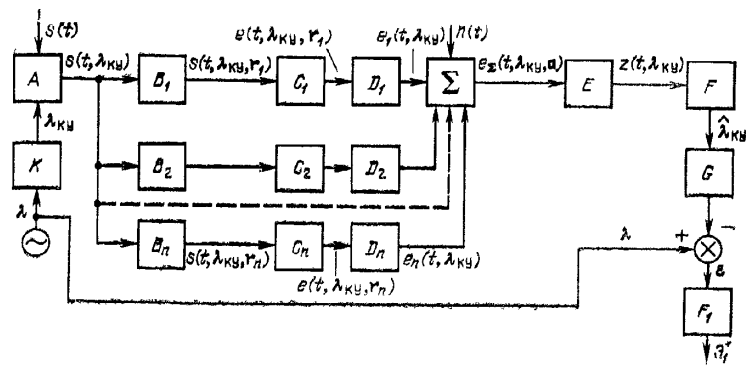


Рис. 2.8.

Оценка эффективности СПИ методом математического моделирования может быть получена с помощью соотношения

$$\hat{\mathcal{E}}_1^* = \hat{P}_{3/2}(|\varepsilon(t)| \leq \Delta) = n_\Delta / N, \quad (2.14)$$

где N — полное число опытов с моделью СПИ, составленной по схеме на рис. 2.8; n_Δ — число реализаций процесса $\varepsilon = \varepsilon(t)$, где ошибка не превысила допустимого порога Δ за весь сеанс связи $0 \leq t \leq T_n$, т. е. было выполнено условие $|\varepsilon(t)| \leq \Delta$. Мгновенная ошибка в каждой j -й реализации

$$\varepsilon_j(t) = \lambda_j(t) - \hat{\lambda}_j(t), \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (2.15)$$

где $\lambda_j(t)$ — j -я реализация подлежащего передаче информационного параметра; $\hat{\lambda}_j = \hat{\lambda}_j(t)$ — оценка информационного параметра на выходе СПИ.

Формальное описание СПИ в соответствии с рис. 2.8 определяется следующей системой операторных уравнений:

$$\begin{aligned} \lambda_{KY} &= K\lambda, \quad s(t, \lambda_{KY}) = A[\lambda_{KY}, s(t)]; \\ s(t, \lambda_{KY}, \mathbf{r}_i) &= B_i s(t, \lambda_{KY}), \quad i = 1, 2, \dots, n; \\ e(t, \lambda_{KY}, \mathbf{r}_i) &= C_i s(t, \lambda_{KY}, \mathbf{r}_i), \\ e_i(t, \lambda_{KY}) &= D_i e(t, \lambda_{KY}, \mathbf{r}_i); \end{aligned}$$

$$e_{\Sigma}(t, \lambda_{KY}, \mathbf{a}) = \sum_{i=1}^n e_i(t, \lambda_{KY}) + n(t);$$

$$z(t, \lambda_{KY}) = E e_{\Sigma}(t, \lambda_{KY}, \mathbf{a});$$

$$\hat{\lambda}_{KY} = F z(t, \lambda_{KY}); \quad (2.16)$$

$$\hat{\lambda} = G \hat{\lambda}_{KY}, \quad \varepsilon = \lambda - \hat{\lambda}.$$

Здесь n — число каналов приема, возникающих в процессе работы системы вследствие многолучевого распространения.

Формальное описание для оценки информационного параметра $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}(t)$ нетрудно получить из системы (2.16):

$$\hat{\lambda}_j = GFz_j(t, \lambda_{KY}), \quad (2.17)$$

$$\text{где } z_j(t, \lambda_{KY}) = E \left\{ \sum_{i=1}^n D_i C_i B_i A [K\lambda_j, s_j(t)] + n_j(t) \right\},$$

$j=1, 2, \dots, N$.

Соотношения (2.14), (2.15) и (2.17) составляют формальное описание основного радиоканала СПИ для оценки эффективности по критерию (2.13).

Математические модели радиоустройств, используемые при моделировании радиоканалов и радиосистем на уровне устройств, рассмотрены в гл. 4—7.

2.6. ФОРМАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ РАДИОУСТРОЙСТВ НА УРОВНЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЗВЕНЬЕВ

Любое радиоустройство можно представить состоящим из функциональных звеньев. Будем полагать, что функциональное звено выполняет простейшее преобразование сигнала $s=s(t, \lambda)$ или сообщения $z=z(t, \lambda)$, т. е. реализует некую заданную функцию.

Для построения формального описания широкого класса радиоустройств введем следующий базис (алфавит) различных операторов:

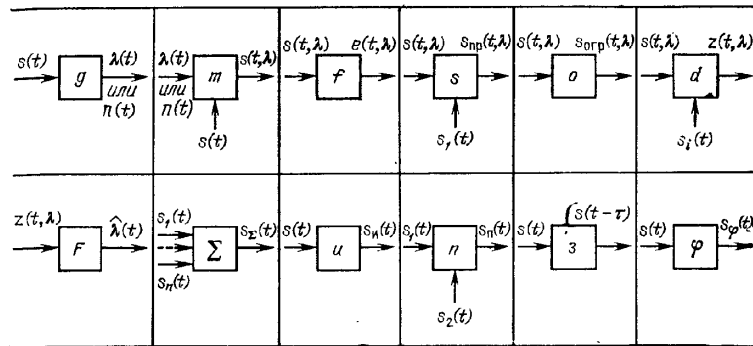
$$Y_1 = \{\Phi_i, O_j\}, \quad i=1, 2, \dots, n; \quad j=1, 2, \dots, N,$$

где Φ_i — операторы, описывающие различные функциональные звенья радиоустройств, осуществляющие преобразование сигналов и сообщений; O_j — остальные операторы множества, используемые при формальном описании радиоустройств.

Для формального описания радиоустройств на уровне функциональных звеньев базис операторов можно получить на основе неформального описания радиоустройства, представленного функциональной схемой, который содержит следующие основные операторы (табл. 2.4):

$\Phi_1 = g$ — оператор, описывающий формирование из несущей $s=s(t)$ информационных процессов $\lambda=\lambda(t)$, помех $n=n(t) = \xi(t)$;

$\Phi_2 = m$ — оператор, описывающий формирование сигнала $s=s(t, \lambda)$ путем модуляции параметра несущей



$s=s(t)$ информационным процессом $\lambda=\lambda(t)$ или помехой $n=n(t)$;

$\Phi_3 = f$ — оператор, описывающий функционирование усилителей с учетом фильтрующих свойств, ограниченности динамического диапазона воспроизводимых сигналов, системы АРУ и т. п.

$\Phi_4 = s$ — оператор, описывающий преобразование частоты сигнала;

$\Phi_5 = o$ — оператор, описывающий амплитудные ограничители;

$\Phi_6 = d$ — оператор, описывающий всевозможные демодуляторы сигнала $s=s(t, \lambda)$;

$\Phi_7 = F$ — оператор, описывающий процесс низкочастотной фильтрации и усиления;

$\Phi_8 = \Sigma$ — оператор алгебраического суммирования сигналов;

$\Phi_9 = u$ — оператор, описывающий интегрирование сигналов $s=s(t, \lambda)$ на интервале $0 \leq t \leq T_n$;

$\Phi_{10} = n$ — оператор, описывающий перемножение двух сигналов $s_n(t) = s_1(t) s_2(t)$;

$\Phi_{11} = z$ — оператор, описывающий задержку сигнала $s=s(t)$ на время τ ;

$\Phi_{12} = \varphi$ — оператор, описывающий работу фазовращателя.

Базис операторов

$$Y_1 = \{g, m, f, o, d, F, \Sigma, u, n, z, \varphi, O_j\}, \quad j=n+1, \dots, N,$$

позволяет составлять формальное описание различных радиоустройств на уровне функциональных звеньев.

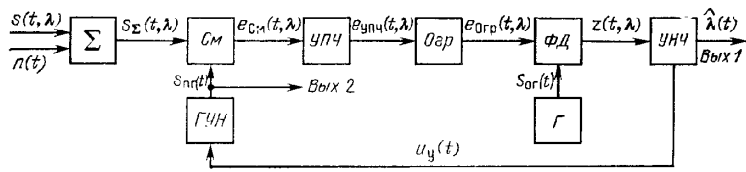


Рис. 2.9.

Пример 2.5. В функциональной схеме фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ) (рис. 2.9) действуют следующие фазовые переменные:

$s_{\Sigma}(t, \lambda) = s(t, \lambda) + n(t)$ — аддитивная смесь сигнала и помех на входе;

входе;

$s_{\text{ПГ}}(t) = S_{\text{ПГ}}(t) \cos[\omega_{\text{ПГ}}t + \varphi_{\text{ПГ}}(t)]$ — сигнал на выходе подстраиваемого генератора;

$s_{\text{ОГ}}(t) = S_{\text{ОГ}} \cos[\omega_{\text{ОГ}}t + \varphi_{\text{ОГ}}]$ — сигнал опорного генератора с высокой стабильностью фазы и частоты.

Номинальное значение промежуточной частоты сигнала $s_{\text{ПЧ}} = s_{\text{ПЧ}}(t, \lambda)$ равно $\omega_{\text{про}} = \omega_{\text{св}} - \omega_{\text{ОГ}}$. В синхронном режиме частота и фаза подстраиваемого генератора должны отслеживать частоту и фазу входного сигнала $s = s(t, \lambda)$. Если $\omega_{\text{св}} - \omega_{\text{ПГ}} = \omega_{\text{пр}} \neq \omega_{\text{ОГ}}$, то на выходе фазового детектора появится напряжение $z = z(t, \lambda)$, которое после фильтрации в УНЧ образует управляющее напряжение $u_y = u_y(t)$. Это приводит к перестройке фазы и частоты подстраиваемого генератора до тех пор, пока не будет выполнено условие $\omega_{\text{пр}} = \omega_{\text{про}}$ с точностью до фазы.

На выходе 1 получаем процесс $\hat{\lambda} = \hat{\lambda}(t) = u_y(t)$, характеризующий изменение фазы и частоты входного радиосигнала, на выходе 2 — радиосигнал, фаза и частота которого отслеживают фазу и частоту входного сигнала.

Формальная схема, соответствующая функциональной схеме на рис. 2.9, построенная с учетом операторов в табл. 2.4, приведена на рис. 2.10.

Предположим, что в результате математического моделирования устройства ФАПЧ необходимо оценить качество его работы по критерию

$$\mathcal{E}_2 = M[|\varepsilon(t_1)|], \quad 0 \leq t_1 \leq T_n,$$

где M — символ математического ожидания ошибки устройства ФАПЧ; $\varepsilon(t_1) = \lambda(t_1) - \hat{\lambda}(t_1)$ в момент $t = t_1$, вызванной помехами $n = n(t)$.

Для получения искомой оценки методом математического моделирования можно воспользоваться следующим алгоритмом:

$$\mathcal{E}_2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N |\varepsilon_j(t_1)|, \quad (2.18)$$

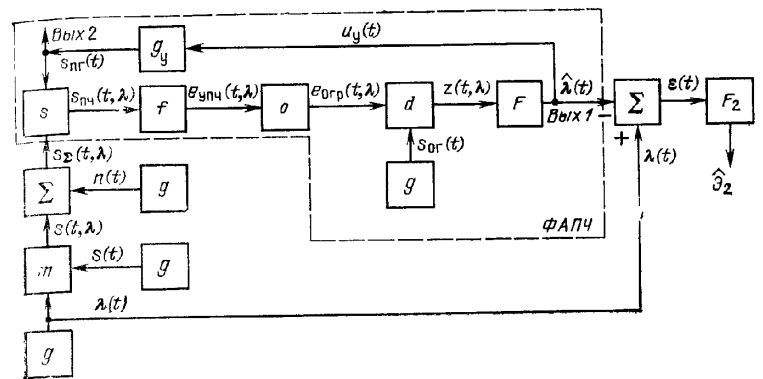


Рис. 2.10.

где $\varepsilon_j(t_1)$ — мгновенное значение ошибки в j -й реализации процесса работы устройства ФАПЧ, взятое в произвольном сечении $t = t_1$ ($0 \leq t_1 \leq T_n$, T_n — время реализации процесса работы устройства ФАПЧ).

Таким образом, для оценки эффективности \mathcal{E}_2 необходимо располагать математической моделью ФАПЧ для получения реализаций мгновенных значений ошибки

$$\varepsilon_j(t) = \lambda_j(t) - \hat{\lambda}_j(t) \quad (2.19)$$

($\lambda_j(t)$ предполагается заданным). Для получения реализаций процесса $\lambda_j = \hat{\lambda}_j(t)$ необходимо составить математическую модель устройства ФАПЧ, которую можно получить из формального описания устройства на рис. 2.10:

$$\hat{\lambda}_j(t) = Fz_j(t, \lambda_j), \quad j = 1, 2, \dots, N, \quad (2.20)$$

$$z_j(t, \lambda_j) = d \{s_{\text{ОГ}}(t); \text{ofs}[s_{\Sigma j}(t, \lambda_j); g_y[\hat{\lambda}_j(t)]]\}.$$

$$s_{\Sigma j}(t, \lambda_j) = m\lambda_j(t) + n_j(t).$$

Соотношения (2.18) — (2.20) являются формальным описанием ФАПЧ для оценки качества ее работы по критерию \mathcal{E}_2 .

Математические модели функциональных звеньев, используемые при моделировании радиоустройств и радиоканалов на уровне функциональных звеньев, рассмотрены в гл. 4 и 5.

2.7. ПРИНЦИПЫ И ОРГАНИЗАЦИЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ РАДИОСИСТЕМ НА ЦИФРОВЫХ ЭВМ

Цифровые ЭВМ оперируют с массивами дискретных величин (чисел). Чтобы представить информационный процесс $\lambda = \lambda(t)$ или радиосигнал $s = s(t, \lambda)$ (в общем

случае функцию $x=x(t)$ массивом чисел, необходимо осуществить дискретизацию этой функции как по времени, так и по уровню. Дискретизация по времени заключается в замене процесса $x=x(t)$ его дискретными значениями

$$x_i \equiv x(t_i) \equiv x(i, \Delta t), \quad i=0, 1, 2, \dots, n; \quad n=T_n/\Delta t, \quad (2.21)$$

отсчитываемыми через интервалы Δt , которые при моделировании радиосистем в отдельных блоках модели могут быть различными.

Ошибки дискретизации по времени обусловлены недостаточным числом отсчетов (фиксированных координат) процесса $x_i \neq x(t)$ на интервале T_n . Чем меньше Δt , тем выше точность воспроизведения процесса $x=x(t)$, но тем большим числом ординат n на заданном интервале наблюдения T_n он описывается. Поскольку для воспроизведения на ЭВМ каждой ординаты $x(t_i)$ ($i=0, 1, 2, \dots, n$) процесса $x=x(t)$ необходимо время, повышение точности воспроизведения непосредственно связано с увеличением машинного времени, которое требуется для моделирования процесса $x=x(t)$ на том же интервале T_n .

В общем случае процесс $x=x(t)$ в некотором линейном пространстве Φ можно записать в форме

$$x(t) \approx x^*(t) = \sum_{i=1}^n X_i \varphi_i(t), \quad (2.22)$$

где $\varphi_i(t)$ ($i=1, 2, \dots, n$) — совокупность линейно-независимых элементов из пространства Φ ; X_i — координаты процесса $x=x(t)$.

Если $x=x(t)$ есть непрерывная на интервале $[0, T_n]$ функция с ограниченным некоторой частотой $F_{гр}$ спектром, то ее можно представить рядом Котельникова

$$x^*(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} x(i \Delta t) \frac{\sin \pi^2 2\pi F_{гр} (t - i\Delta t)}{2\pi F_{гр} (t - i\Delta t)}, \quad (2.23)$$

где $X_i = x(t_i) \equiv x(i\Delta t)$. Если интервал дискретизации удовлетворяет условию

$$\Delta t \leq 1/2F_{гр}, \quad (2.24)$$

то процесс $x=x(t)$ с помощью ряда (2.23) полностью восстанавливается, т. е.

$$x^*(t) = x(t). \quad (2.25)$$

Теорема Котельникова лежит в основе представления процессов $x=x(t)$ их дискретными ординатами, которое можно использовать в системах передачи информации и ЭВМ. Однако для точного выполнения равенства (2.23) необходима специальная обработка ряда с помощью оптимальных фильтров. Такая обработка в ЭВМ не предусмотрена, поэтому интервал дискретизации Δt выбирается из более жестких условий

$$\Delta t \leq 1/(\gamma F_{гр}), \quad \gamma=5, \dots, 10, \quad (2.26)$$

Поскольку при формировании цифровой модели радиосистемы важное значение имеют ошибки, вызванные дискретизацией процесса $x=x(t)$ по времени, выбору интервала Δt обычно уделяется серьезное внимание.

Как уже отмечалось, в цифровых ЭВМ оперируют числами. Количество различных чисел, формируемых в ЭВМ, конечно, хотя и может быть весьма значительным. Это означает, что в ЭВМ при воспроизведении процессов $x=x(t)$ осуществляется дискретизация по амплитуде (квантование) (рис. 2.11,а). При непрерывном естественном процессе $x=x(t)$ в ЭВМ его ординаты изменяются дискретно на величину $n\delta x$ ($n=0, 1, 2, \dots$).

Таким образом, если точное значение процесса $x=x(t)$ в момент $t=t_i$ равно $x=x(t)$, то его значение в ЭВМ будет $x_i = x(t_i) \equiv x(i, \Delta t)$. При этом ошибка округления не превышает половины интервала квантования по амплитуде δx :

$$\varepsilon = x(t_i) - x(i, \Delta t) \leq \delta x/2. \quad (2.27)$$

Таким образом, квантование сигнала по амплитуде приводит к возникновению шума квантования (рис. 2.11,б). Если число уровней квантования

$$M = 2x_{\max}/\delta x = 2^m \quad (2.28)$$

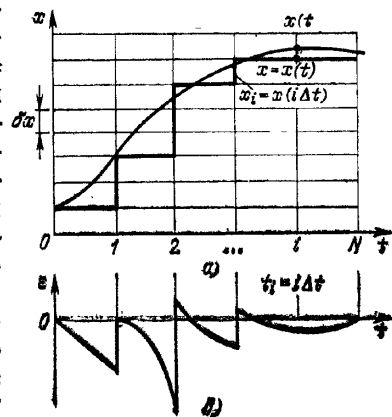


Рис. 2.11.

достаточно велико, то среднеквадратическое значение шума квантования

$$\bar{\varepsilon}^2 = \delta x^2 / 12. \quad (2.29)$$

Современные ЭВМ обладают огромным динамическим диапазоном воспроизведения $x = x(t)$.

Поэтому при расчетах на универсальных ЭВМ ошибки округления обычно пренебрежимо малы и могут проявиться лишь в результате накопления, в процессе длительных вычислений.

Круг инженерных задач, которые можно решать методами математического моделирования на ЭВМ был сформулирован выше (см. § 1.4). Формальная схема решения любой из задач показана на рис. 1.3. В случае решения задачи на ЭВМ вначале необходимо получить выборку из N реализаций выходной фазовой переменной $Y = \{y_j(t)\}$ ($j=0, 1, 2, \dots, N, 0 \leq t \leq T_n$) исследуемой системы и далее путем соответствующей обработки этой выборки найти желаемый выходной параметр системы γ в виде оценки $\hat{\gamma}$. На основе этой формальной схемы нетрудно составить программу исследования системы методом ее моделирования на ЭВМ. Программа (рис. 2.12) содержит главную часть для получения

оценки выходного параметра системы $\hat{\gamma} = \{\hat{\gamma}_i\}$ ($i=1, 2, \dots, n$) и вложенную в нее цифровую модель исследуемой системы для получения выборки реализаций выходной фазовой переменной $Y = \{y_j(t)\}$ ($j=1, 2, \dots, N; 0 \leq t \leq T_n$). В программе можно выделить три цикла процедуры решения задачи.

Цикл 1. Вычисляется последовательность дискретных значений отдельной реализации выходной фазовой переменной (рис. 2.13)

$$y(t_i) \equiv y(i\Delta t) \equiv y_i, \quad i=1, 2, \dots, K, \quad (2.30)$$

где $K = T_n / \Delta t$; $0 \leq t \leq T_n$, Δt — интервал дискретизации $y(t)$ по времени. Вычисление реализации заканчивается после того, как выполнено условие $i \geq K$. Результаты одного испытания в виде массива чисел y_i ($i=1, 2, \dots, K$) фиксируются в памяти ЭВМ, и их можно использовать для вычисления оценки какого-либо выходного параметра.

Цикл 2. Организуется N -кратное повторение прогонов модели, в результате формируется массив чисел

$$Y = \{y_j(i\Delta t)\} = \{y_{ji}\}, \quad i=1, 2, \dots, K; \quad j=1, 2, \dots, N, \quad (2.31)$$

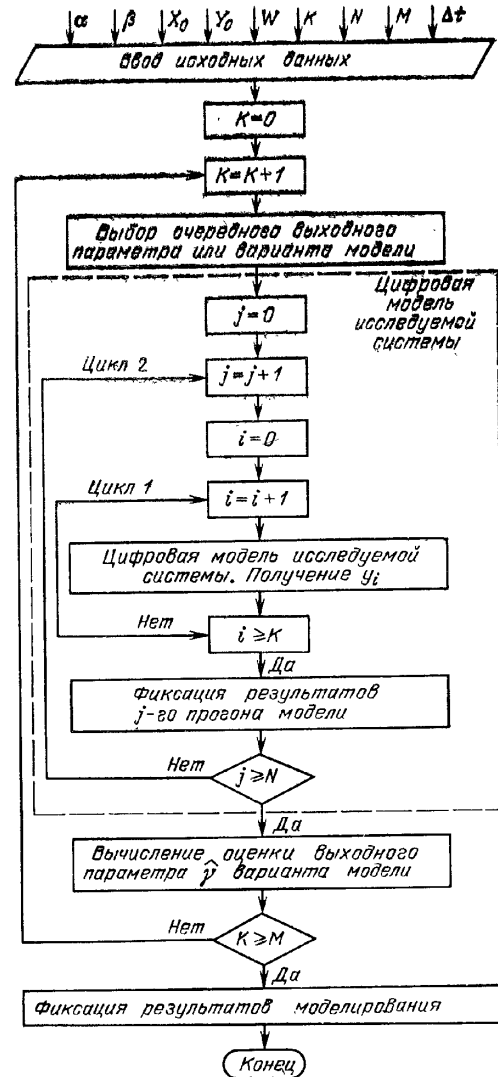


Рис. 2.12.

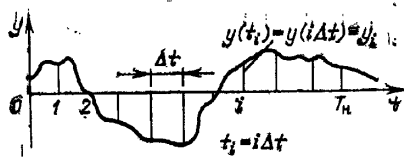


Рис. 2.13.

описывающих выборку из ансамбля реализаций. Вычисление выборки завершается после выполнения условия $i \geq N$.

Цикл 3. Организуется расчет выходных параметров варианта решения задачи или построения системы. Этот цикл позволяет получить множество оценок выходных параметров с помощью заданного функционала F_2

$$\hat{y} = \{\hat{y}_k\}, \hat{y}_k = F_2[Y(t)] \quad k=1, 2, \dots, M, \quad (2.32)$$

если рассматривается один вариант построения системы, или оценка одного и того же параметра y_k

$$\hat{y}_k = F_2[Y_k(t)], \quad k=1, 2, \dots, M, \quad (2.33)$$

если исследуется M вариантов. Вычисление завершается после выполнения условия $k \geq M$, и далее полученные результаты выдаются потребителю для принятия соответствующего решения.

Таким образом, чтобы выполнить исследование радиосистемы на ЭВМ, необходимо ее математическую модель преобразовать в цифровую — специальный моделирующий алгоритм, который можно реализовать на ЭВМ.

Цифровые модели элементов радиосистем, описываемых нелинейными дифференциальными уравнениями. В большинстве случаев исследования радиосистем методами математического моделирования их можно описать дифференциальными уравнениями

$$\Psi(y, y', \dots, y^{(n)}, t, x, x', \dots, x^{(m)}, \alpha, \beta) = 0. \quad (2.34)$$

Здесь $x, x', \dots, x^{(m)}$ и $y, y', \dots, y^{(n)}$ — входные и выходные фазовые переменные и их производные; t — независимая переменная — время; α, β — множества внешних и внутренних параметров системы; $t=t_0$; $y_0=y(t_0)$;

$y_0', \dots, y_0^{(n-1)}$; $x_0=x(t_0)$; $x_0', \dots, x_0^{(m-1)}$ — начальные условия.

В процессе моделирования системы необходимо определить реакцию системы $y(t)$ и ее производные на некотором заданном интервале $t_0 \leq t \leq T_n$.

В методах численного решения дифференциальных уравнений подобного вида используется принцип пошагового интегрирования, при котором начиная с начальных условий осуществляется предсказание последующих значений переменной $y=y(t)$ и ее производных.

Все алгоритмы численного решения дифференциальных уравнений можно разбить на одноступенчатые методы прогноза и многоступенчатые методы прогноза и коррекции. Одноступенчатые методы прогноза для получения решения в момент $t_i=t_0+\Delta t$ используют информацию о начальных условиях, которые предполагаются заданными. Поэтому соответствующие алгоритмы являются самоначинающимися. Многоступенчатые методы прогноза и коррекции для получения решения в момент $t_i=t_0+i\Delta t$ используют информацию о $y=y(t)$ в некоторые предыдущие моменты времени t_{i-1}, t_{i-2}, \dots , т. е. для их реализации необходимо знать решения y_{i-1}, y'_{i-1} на предыдущих этапах. Это несамоначинающиеся численные алгоритмы. Такие алгоритмы более экономны в смысле затрат машинного времени при той же точности решения задачи.

Особенностью численных методов решения дифференциальных уравнений является то, что они применимы для решения дифференциальных уравнений только 1-го порядка

$$y' = \frac{dy}{dt} = \Psi(t, y, x) \quad (2.35)$$

с начальными условиями $t=t_0, y=y_0$.

Если радиосистема описывается уравнением n -го порядка, то для численного решения его необходимо описать совокупностью уравнений 1-го порядка. Если решение такого уравнения существует и единственно, то его можно представить рядом Тейлора в окрестности точки t_i

$$y_{i+1} = y_i + y'_i \Delta t + y''_i \frac{\Delta t^2}{2} + y'''_i \frac{\Delta t^3}{6} + \dots$$

где при $t=t_i$ ($i=1, 2, \dots, K, K=T_n/\Delta t$)

$$y'_i = \Psi(t, y, x),$$

$$y''_i = \left[\frac{\partial \Psi(t, y, x)}{\partial t} + y' \frac{\partial \Psi(t, y, x)}{\partial y} \right], \quad (2.36)$$

.....

Несмотря на то, что этот алгоритм решения уравнения является самоначаинающимся и сравнительно просто позволяет получить решение с любой точностью, с точки зрения возможности его реализации на ЭВМ он обладает существенным недостатком. Здесь для получения решения на каждом шаге t_1, t_2, \dots, t_k необходимо вычислять производные y'_i, y''_i, \dots , что приводит к значительным затратам машинного времени. Поэтому многие известные алгоритмы используют аппроксимацию конечного числа членов разложения решения в ряд Тейлора. При этом аппроксимация осуществляется так, чтобы отпала необходимость в вычислении производных в (2.36).

Наиболее часто применяемые при моделировании радиосистем алгоритмы представлены в табл. 2.5. Алгоритм Эйлера использует первые два члена разложения в ряд Тейлора, алгоритм Эйлера — Коши — три, а алгоритм Рунге — Кутта 4-го порядка — четыре. Наиболее точными из приведенных в табл. 2.5 являются алгоритмы Рунге — Кутта. Точность решения задачи в каждом отдельном случае зависит также от интервала Δt . Поэтому остановимся на принципах выбора интервала дискретизации Δt в зависимости от необходимой точности решения задачи.

Рассмотрим алгоритм цифрового моделирования инерционного звена

$$y(t) = kx(t) / (Tp + 1), \quad p = d/dt.$$

Соответствующее дифференциальное уравнение

$$dy/dt = kx/T - y/T, \quad t = t_0, \quad y = y_0.$$

Для произвольного внешнего воздействия $x(t)$ алгоритм Эйлера дает следующее решение:

$$y_{i+1} = y_i + (kx_i/T - y_i/T) \Delta t. \quad (2.37)$$

Оценим точность решения задачи на одном шаге, полагая, что в системе имеет место только собственное движение ($x=0$). В этом случае $dy/dt = -y/T$ ($t=t_0$,

Метод численного решения	Цифровой алгоритм (модель)	Погрешность решения y_{i+1}	
		на одном шаге	при $\frac{\Delta t}{T} < 0,1$
Эйлера	$y_{i+1} = y_i + \Psi(t_i, y_i, x_i) \Delta t$	$\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta t}{T} \right)^2$	$5 \cdot 10^{-3}$
Эйлера — Коши	$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2} [K_1 + K_2],$ $K_1 = \Psi(t_i, y_i, x_i) \Delta t,$ $K_2 = \Psi(t_i + \Delta t, y_i + K_1, x_{i+1}) \Delta t$	$\frac{1}{6} \left(\frac{\Delta t}{T} \right)^3$	$1,6 \cdot 10^{-4}$
Рунге — Кутта (4-го порядка)	$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6} [K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4],$ $K_1 = \Psi(t_i, y_i, x_i) \Delta t,$ $K_2 = \Psi\left(t_i + \frac{\Delta t}{2}, y_i + \frac{K_1}{2}, x_i\right) \Delta t,$ $K_3 = \Psi\left(t_i + \frac{\Delta t}{2}, y_i + \frac{K_2}{2}, x_i\right) \Delta t,$ $K_4 = \Psi(t_i + \Delta t, y_i + K_3, x_{i+1}) \Delta t$	$\frac{1}{120} \left(\frac{\Delta t}{T} \right)^5$	$8,33 \cdot 10^{-8}$

$y = y_0$), и можно получить точное решение задачи

$$y_{i+1}^T = y_i \exp \left\{ -\frac{\Delta t}{T} \right\} = y_i \left[1 - \frac{\Delta t}{T} + \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta t}{T} \right)^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{\Delta t}{T} \right)^3 + \frac{1}{24} \left(\frac{\Delta t}{T} \right)^4 + \dots \right].$$

Из (2.37) получаем решение методом Эйлера

$$y_{i+1} = y_i (1 - \Delta t/T).$$

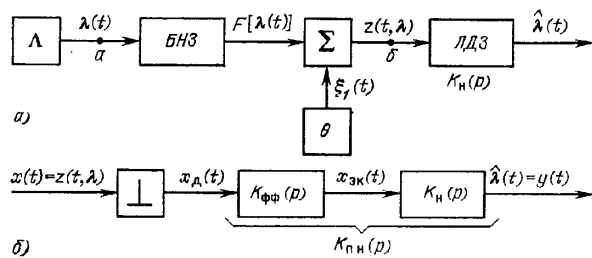


Рис. 2.14.

Относительная погрешность решения на одном шаге

$$\varepsilon_{i+1} = \frac{y_{i+1}^T - y_{i+1}}{y_i} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\Delta t}{T} \right)^2. \quad (2.38)$$

Если положить $\Delta t/T_n \leq 0,1$, то $\varepsilon_{i+1} = 0,005$. Погрешности решения аналогичной задачи на одном шаге методами Эйлера — Коши и Рунге — Кутта 4-го порядка, приведены в табл. 2.5.

Принципы формирования цифровых моделей радиосистем, представленных структурной схемой. В большинстве случаев исследования радиосистем их можно представить структурной схемой, содержащей источники сигналов и помех, нелинейные безынерционные и линейные динамические звенья (рис. 2.14). При цифровом моделировании такой системы прежде всего необходимо составить ее дискретный эквивалент. Это достигается построением цифровых алгоритмов:

формирования информационных процессов и помех, преобразования процессов нелинейными безынерционными звеньями (БНЗ), преобразования процессов линейными динамическими звеньями (ЛДЗ).

Если преобразующая часть радиосистемы на рис. 2.14 для информационного процесса $\lambda = \lambda(t)$ является безынерционной, то на ее выходе

$$z(t, \lambda) = F(\lambda) + \xi_1(t), \quad (2.39)$$

где $\xi_1(t)$ — шум, приведенный к выходу дискриминатора радиосистемы. В ЭВМ мы имеем дело с массивами чисел, поэтому процессы $\lambda = \lambda(t)$ и $\xi_1 = \xi_1(t)$ должны быть представлены в цифровой форме. Если не учитывать

здесь квантование по амплитуде, то (2.39) в дискретной форме

$$z_i = F(\lambda_i) + \xi_{1i}, \quad (2.40)$$

где z_i — дискретные значения процесса $z(t, \lambda)$, следующие через интервал Δt .

Для формирования таких последовательностей на выходе источников Λ и θ необходимо поставить ключи. Однако, поскольку часть схемы до точки δ (рис. 2.14,а) является безынерционной, эти ключи можно заменить одним, поставленным перед ЛДЗ с коэффициентом передачи непрерывной части системы $K_n(p)$. Если структурная схема содержит несколько ЛДЗ, то перед каждым из них необходимо поставить свой ключ.

В ЭВМ время замыкания ключа $\tau_n \ll \Delta t$, и поэтому при описании процесса $x_d(t)$ на его выходе можно воспользоваться δ -функцией

$$x_d(t) = \sum_{i=0}^{\infty} x(i\Delta t) \delta(t - i\Delta t), \quad (2.41)$$

где $x(i\Delta t)$ — дискретные значения процесса $x = x(t)$. Такой ключ называется импульсным элементом (ИЭ) (рис. 2.14,б).

Чтобы в дискретном эквиваленте системы получить на выходе процесс $y(t)$, близкий по форме к процессу $\lambda(t)$, необходимо после ИЭ поставить формирующий фильтр с операторным коэффициентом $K_{\Phi\Phi}(p)$. Назначением этого фильтра является восстановление дискретного процесса $x_d(t)$ так, чтобы $x_{эл}(t)$ по возможности совпадал по форме с процессом $z(t, \lambda)$ оригинала. Операторный коэффициент непрерывной части дискретного эквивалента (рис. 2.14,б)

$$K_{пн}(p) = K_{\Phi\Phi}(p) K_n(p) \quad (2.42)$$

называется операторным коэффициентом передачи приведенной непрерывной части системы.

Для формирования дискретного эквивалента непрерывной системы необходимо найти Z-преобразование от операторного коэффициента $K_n(s)$:

$$K(z) = Z\{K_{\Phi\Phi}(s) K_n(s)\} = Z\{K_{пн}(s)\}.$$

Если непрерывное линейное динамическое звено описывается дробно-рациональной функцией

$$K(s) = \frac{P_0 + P_1s + P_2s^2 + \dots + P_ms^m}{Q_0 + Q_1s + Q_2s^2 + \dots + Q_ms^m}, \quad (2.43)$$

то ее Z-преобразование также дробно-рациональная функция:

$$K(z) = \frac{c_0 + c_1z + c_2z^2 + \dots + c_mz^m}{d_0 + d_1z + d_2z^2 + \dots + d_mz^m}.$$

Поделив почленно числитель и знаменатель на d_mz^m , получим:

$$K(z) = \frac{a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_mz^{-m}}{1 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_mz^{-m}} = \frac{Y(z)}{X(z)}, \quad (2.44)$$

где $X(z)$, $Y(z)$ — z-преобразования процессов на входе и выходе системы соответственно. Следовательно, справедливо уравнение $Y(z) = K(z)X(z)$. Подставляя сюда $K(z)$ из (2.44), получаем:

$$(1 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots)Y(z) = (a_0 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots)X(z).$$

Применим здесь обратное z-преобразование. С учетом теоремы смещения получим

$$y_i + b_1y_{i-1} + b_2y_{i-2} + \dots = a_0x_i + a_1x_{i-1} + a_2x_{i-2} + \dots \quad (2.45)$$

Для получения рекуррентного уравнения (цифровой модели системы) необходимо разрешить (2.45) относительно y_i :

$$y_i = a_0x_i + a_1x_{i-1} + \dots - (b_1y_{i-1} + b_2y_{i-2} + \dots). \quad (2.46)$$

Здесь последовательно вычисляются значения y_i реакции системы в моменты $t_i = i\Delta t$ при условии, что решения в предыдущие моменты известны.

Таким образом, для формирования дискретных эквивалентов системы необходимо по известному операторному коэффициенту передачи $K_n(s)$ найти z-преобразование и далее от $K(z)$ по рассмотренному правилу перейти к рекуррентному разностному уравнению. При этом точность дискретного эквивалента зависит от способа дискретной аппроксимации процесса $x_n(t)$ с помощью формирующего фильтра $K_{ФФ}(s)$, т. е. от близости процессов $x(t)$ и $x_{ЭК}(t)$ по форме (рис. 2.14).

Способ аппроксимации	z-преобразование
δ-аппроксимация	$K(z) = \Delta t Z \{K_n(s)\}$
Ступенчатая	$K(z) = \frac{z-1}{z} \left\{ \frac{K_n(s)}{s} \right\}$
Линейная	$K(z) = \frac{(z-1)^2}{z} Z \left\{ \frac{K_n(s)}{\Delta t s^2} \right\}$

Наиболее часто используемые способы дискретной аппроксимации приведены в табл. 2.6. Алгоритмы, построенные на основе линейной аппроксимации, отличаются наибольшей точностью (при том же Δt).

Чтобы воспользоваться рассмотренными способами дискретной аппроксимации при построении дискретного эквивалента системы, необходимо располагать таблицей z-преобразования функции $K_n(s)$.

Дискретный эквивалент в виде рекуррентного разностного уравнения можно получить для операторного коэффициента передачи

$$K_n(p) = P(p) / Q(p) \quad (2.47)$$

методом, изложенным в [6], если известны его полюсы, т. е. корни уравнения $Q(p) = 0$, p_k ($k=1, 2, \dots, l$). В этом случае дискретный эквивалент строится на основе разложения функции $K_n(p)$ на простейшие элементы типа инерционного звена 1-го порядка.

Если операторный коэффициент $K_n(p)$ является сложной дробно-рациональной функцией и его полюсы найти не удается, дискретный эквивалент можно получить, разложив $K_n(p)$ на интегрирующие звенья. Поделив числитель и знаменатель в (2.43) на Q_ms^m , после замены s на p получим:

$$K_n(p) = \frac{a_0 + a_1p^{-1} + a_2p^{-2} + \dots}{1 + b_1p^{-1} + b_2p^{-2} + \dots} = \frac{A(p)}{1 + B(p)}, \quad (2.48)$$

где

$$A(p) = a_0 + a_1p^{-1} + a_2p^{-2} + \dots; \\ B(p) = b_1p^{-1} + b_2p^{-2} + \dots$$

В результате z -преобразования $K(z) = A(z) / [1 + B(z)]$, где $A(z)$ и $B(z)$ определяются из (2.48) путем дискретной аппроксимации одним из рассмотренных выше способов. При этом можно воспользоваться таблицами z -преобразования для интегратора, т. е. $K_l(z) = Z\{1/s^l\}$ ($l=1, 2, 3, \dots$). В результате дискретной аппроксимации

$$K(z) = \sum_l a_l K_l(z) / \left[1 + \sum_l b_l K_l(z) \right]. \quad (2.49)$$

В этом случае точность дискретного эквивалента тем выше, чем выше точность дискретной аппроксимации (табл. 2.6).

Все рассмотренные до сих пор методы дискретной аппроксимации предполагают, что фильтрующее линейное звено описывается дробно-рациональными операторными коэффициентами передачи. Если последнее указанному требованию не удовлетворяет, то при построении дискретного эквивалента системы необходимо воспользоваться алгоритмом дискретной свертки [3].

Литература: *основная* [1, 3, 6], *дополнительная* [2, 38]

3. МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ РАДИОСИСТЕМ

3.1. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ПЕРЕХОДА ОТ ФОРМАЛЬНОГО ОПИСАНИЯ К МАТЕМАТИЧЕСКИМ МОДЕЛЯМ

Рассмотренное выше формальное описание радиосистем на различных иерархических уровнях является универсальным в том смысле, что оно описывает множество радиосистем данного класса. Переход от формального описания системы к ее математической модели связан с введением ряда допущений и ограничений относительно функционирования элементов системы, описываемых соответствующими им математическими моделями. Поэтому процесс формирования математических моделей радиосистем не может быть формализован, его успех во многом зависит от опыта исследователя. Однако основные принципы можно сформулировать в следующем виде:

1) специализация математической модели;

2) декомпозиция системы;

расчленение процесса функционирования радиосистемы на отдельные этапы и построение для каждого этапа собственных математических моделей,

блочное представление — фиксация главных и расчленение второстепенных (несущественных) функциональных связей в моделируемом объекте;

3) ограничение диапазона изменения параметров и входных фазовых переменных;

4) эквивалентирование — замена сложного математического описания отдельных крупных и сложных узлов и звеньев радиосистемы динамическими или статистическими эквивалентами — упрощенными математическими моделями;

5) при проектировании радиосистем формирование математических моделей, воспроизводящих преобразование информационного параметра $\lambda = \lambda(t)$;

6) при исследовании радиосистем с полностью известной структурой использование для построения математических моделей системы моделей ее схемных или функциональных элементов.

Рассмотрим основные особенности сформулированных принципов на примере построения математических моделей сложного радиозвена.

Принцип специализации модели состоит в том, что строится не одна сложная, а несколько простых математических моделей, каждая из которых позволяет оценить эффективность проектируемой системы по заданному показателю качества. В процессе проектирования радиосистем могут использоваться следующие математические модели: надежности (M_1), пропускной способности (M_2), помехоустойчивости (M_3) и т. п. При построении модели надежности, например, СПИ все операторы в (2.16) должны быть описаны математическими соотношениями так, чтобы в итоге получилась модель для исследования надежности СПИ.

Принцип расчленения процесса работы системы позволяет строить математические модели, отображающие ее работу на каждом этапе. Это возможно потому, что в большинстве случаев решение задачи, поставленной перед радиосистемой, осуществляется последовательно путем решения частных задач (см. § 2.2). В этом случае эффективность системы в целом можно оценить с помощью (2.4). Исследование каждого этапа решения

задачи можно осуществить с помощью отдельной модели.

Принцип блочного представления системы оказывается плодотворным как при проектировании, так и при исследовании радиосистем методом моделирования. Следуя этому принципу, систему на любом иерархическом уровне можно представить в виде функциональной схемы. Каждому блоку схемы ставится в соответствие свой оператор, а между блоками устанавливаются функциональные связи (см. рис. 2.1). На начальном этапе проектирования структура блока неизвестна. Следовательно, формальное описание системы на данном иерархическом уровне есть описание функциональной схемы, элементы которой представляются «черными ящиками». Для них задают внешние характеристики и на этой основе составляют математическую модель системы в целом.

При исследовании радиосистем мы располагаем исчерпывающей информацией о ее структуре. Переход от формального описания к математической модели системы можно рассматривать как рассеечение несущественных функциональных связей, которое приводит к тому, что:

некоторые блоки радиосистемы полностью исключаются из рассмотрения, соответственно исключаются и операторы из формального описания;

ряд элементов заменяется идеальными связями, что соответствует описанию соответствующего блока оператором тождественного преобразования;

часть элементов может быть изъята из системы и заменена эквивалентными воздействиями.

Оставшиеся блоки радиосистемы далее можно объединить в более крупные и описать их единым оператором. В результате получаем блочную модель радиосистемы, позволяющую проводить ее исследование в целом, учитывая взаимодействие отдельных блоков уже через немногочисленные функциональные связи. Например, структура радиосистемы управления летательным аппаратом (ЛТА), если рассечь перекрестные связи между каналами управления в ортогональных плоскостях, разделяется на две изолированные части. В результате получаем модели системы радиуправления в вертикальной (M_4) и горизонтальной (M_5) плоскостях. Радиолокационная система, в общем случае описываемая оператором Φ , разделяется на модели

слежения за целью в горизонтальной плоскости — по азимуту (M_6) и по углу места (M_7).

Реально система может работать при значительных внешних воздействиях, а ее параметры могут изменяться во времени в широких пределах. Поэтому оператор Φ в (2.11) в общем случае может быть представлен нелинейным дифференциальным уравнением переменными коэффициентами (обыкновенным или в частных производных).

Принцип ограничения диапазона изменения параметров и входных фазовых переменных заключается в том, что при формировании математической модели оператора Φ вводятся ограничения и допущения, в рамках которых становится возможным «замораживание» некоторых переменных параметров и линеаризация сложного математического описания нелинейной системы, исключение из рассмотрения некоторых малых воздействий. Этот принцип широко применяется при построении упрощенных математических моделей радиосистем и устройств. При этом формальные описания радиосистем, например, вида (2.10) или (2.17) могут быть представлены следующими математическими моделями: линейными дифференциальными уравнениями с постоянными («замороженными») (M_8) и переменными (M_9) параметрами; нелинейными дифференциальными уравнениями постоянными (M_{10}) и переменными (M_{11}) параметрами; математическим описанием радиосистемы без учета собственного шума (M_{12}) и т. д.

Принцип эквивалентирования, т. е. замена сложного математического описания узлов (или звеньев) радиосистемы математическими моделями сравнительно легко реализуемыми на ЭВМ, широко применяется при моделировании радиосистем и комплексов, особенно на стадии проектирования. Согласно принципу эквивалентирования при переходе от формального описания радиосистемы к математической модели можно использовать следующие приемы, позволяющие существенно упростить математические модели при условии сохранения их состоятельности.

1. Заданное формальное описание системы упрощают, сохраняя все функциональные связи между элементами системы, при этом каждый упрощаемый блок может быть заменен соответствующим динамическим или статистическим эквивалентом. В этом случае струк-

тура системы в целом сохраняется, а ее математическое описание существенно упрощается.

2. Из функциональной схемы удаляют один или несколько блоков, заменяя их эквивалентными воздействиями $\xi = \xi_{\text{ш}}(t)$. Вероятностные характеристики этих воздействий необходимо вычислить на основе автономного анализа удаляемого блока радиосистемы.

Особенность принципа, предусматривающего в первую очередь построение математических моделей, в которых имеет место преобразование информационного параметра, поясним на примере формального описания СПИ (2.17). Предположим, что в рассматриваемой СПИ многолучевое распространение отсутствует и никаких помех кроме шума радиоприемного устройства нет. В этом случае из (2.17) получаем

$$\hat{\lambda}_j = GFz_j(t, \lambda_{\text{кв}}),$$

$$z_j(t, \lambda_{\text{кв}}) = E \{ DCBA [K\lambda_j, s_j(t) + n_j(t)], \quad j = 1, 2, \dots, N. \quad (3.1)$$

Здесь $A[K\lambda_j, s_j(t)] = s_j(t, \lambda_{\text{кв}})$ — радиосигнал.

Следовательно, описание отражает преобразования радиосигналов $s = s(t, \lambda_{\text{кв}})$. Однако реализовать такие математические модели на ЭВМ довольно трудно вследствие недостаточного их быстродействия. Кроме того, на стадии системотехнического проектирования ввиду неполной априорной информации о структуре системы возникают сложности с построением математической модели системы по формальному описанию (3.1). В этом случае один из способов построения модели из формального описания — переход к построению моделей, в которых воспроизводятся лишь преобразования информационного параметра $\lambda = \lambda(t)$. Такой способ удобен при проектировании радиосистемы, когда ее структура известна лишь в общих чертах. Так, если в (3.1) считать, что задан вид модуляции A , а операторы $K=G=1$ и $B=C=D=1$ осуществляют тождественные преобразования, будем иметь

$$z(t, \lambda) = E \{ s(t, \lambda) + n(t) \}.$$

В результате преобразования смеси сигнала и шума с помощью оператора E при малых возмущениях можем получить следующую математическую модель СПИ:

$$z(t, \lambda) = K\lambda(t) + \xi_1(t),$$

где $K = \text{const}$, а $\xi_1(t)$ — шум, приведенный к выходу демодулятора. Если оператор F в (3.1) считать линейным стационарным фильтром, описываемым операторным коэффициентом $K(p)$, то для математической модели СПИ непосредственно получаем

$$\hat{\lambda} = K(p) [K\lambda + \xi_1(t)]. \quad (3.2)$$

Для этого случая структурная схема СПИ показана на рис. 3.1. Если задано распределение процесса $\lambda = \lambda(t)$, то аналитически или методом моделирования можно синтезировать оптимальный фильтр $K(p) = K_{\text{опт}}(p)$ и найти параметры радиоканала K и $\xi_1(t) = \xi(t) \sqrt{G(\omega)}$ (где $G(\omega)$ — спектральная плотность шума). Эти параметры можно рассматривать как исходные для проектирования радиоканала СПИ на более детальном иерархическом уровне. Так как информационный параметр $\lambda = \lambda(t)$ изменяется сравнительно медленно, реализовать подобные математические модели на ЭВМ довольно просто.

Перейдем к рассмотрению последнего принципа. При исследовании радиосистем методом математического моделирования для формирования математической модели необходимо решить обратную задачу. Путем анализа соотношения для $z(t, \lambda)$ вида (3.1) необходимо найти параметры статистического эквивалента K и $\xi_1(t)$ и построить математическую модель для воспроизведения $\lambda = \lambda(t)$. Однако для этого требуется детальное математическое описание процесса $z(t, \lambda)$, которое в случае анализа систем необходимо получить на уровне схемных элементов (см. рис. 2.2). При этом возникает задача выбора их простейших математических моделей.

3.2. КЛАССИФИКАЦИЯ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ РАДИОСИСТЕМ

Под методами построения математических моделей радиосистем понимают методы нахождения их аналоговых алгоритмов.

Методы построения математических моделей радиосистем можно классифицировать, используя следующие признаки (рис. 3.2).

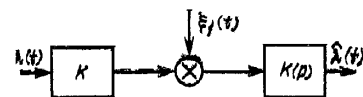


Рис. 3.1.

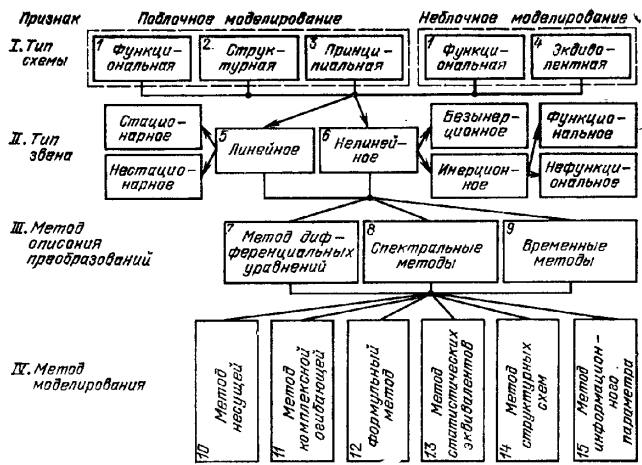


Рис. 3.2.

I. Тип схемы, на основе которой производится моделирование:

1) функциональная, поясняющая процессы, происходящие в изделии, в том числе поблочная для узлов радиоустройства и неблочная для изделия в целом;

2) структурная, определяющая основные функциональные части изделия и их взаимосвязь;

3) принципиальная, определяющая полный состав пассивных и активных радиоэлектронных элементов и их взаимосвязь;

4) эквивалентная (обычно для укрупненных узлов, радиоустройств и радиосистем в целом).

Различают два подхода к моделированию при выборе типа схемы: поблочное моделирование (варианты схем 1—3) — каждый блок моделируется отдельно (это наиболее распространенный способ имитационного моделирования) и неблочное (обычно варианты схем 1, 4) — на основе описания изделия в целом, без учета разбиения на блоки (звенья).

II. Тип выбранных в качестве моделей звеньев радиоустройств конкретных динамических систем:

5) линейные звенья (ЛЗ), в том числе стационарные, нестационарные;

6) нелинейные звенья (НЗ), в том числе безынерционные (БНЗ) и инерционные (ИНЗ), в том числе функциональные и нефункциональные.

III. Метод математического описания преобразований колебаний в звеньях моделей:

7) метод дифференциальных уравнений;

8) спектральные на базе преобразований Лапласа и Фурье;

9) временные на базе интегралов Дюамеля и ортогональных разложений.

IV. Метод представления и математического описания входных воздействий и внутренних фазовых переменных:

10) метод несущей — в качестве входного воздействия используется мгновенное значение напряжения, тока сигналов $s(t)$, радиосигналов $u(t, \lambda)$, смеси $u_{\Sigma}(t, \lambda)$;

11) метод комплексной огибающей — все узкополосные колебания описываются с точностью до их комплексных огибающих $\dot{E}(t)$, а все высокочастотные звенья (радиозвенья) заменяются эквивалентными низкочастотными;

12) формульный метод — представление выходного напряжения моделируемого звена в виде функционала $z(t, \lambda) = F_z\{\lambda, u_c, u_n, u_{ш}\}$ или $\mathcal{Z}_1 = \mathcal{F}_1[\xi(t)]$; при этом модель может быть представлена в виде совокупности любых математических звеньев, не имеющих никакого отношения с реальными звеньями радиоустройств или радиосистем;

13) метод статистических эквивалентов — описываемый узел (звено) с входным воздействием $u(t, \lambda)$ и выходным процессом $z(t, \lambda)$ заменяется статистическим эквивалентом со входным сигналом $\lambda(t)$ и выходным эффектом $z_{\text{эк}}(t, \lambda)$, статистически адекватным (в рамках выбранного критерия) напряжению $z(t, \lambda)$;

14) метод структурных схем позволяет строить математические модели радиосистем, в которых высокочастотная часть может быть представлена низкочастотным эквивалентом;

15) метод информационного параметра сводится к замене радиоустройства низкочастотным эквивалентом с входным сигналом в виде информационного параметра $\lambda(t)$ и тем же выходным $\hat{\lambda}(t)$ (рис. 3.1).

Следует сделать еще ряд замечаний по целесообразности применения того или иного метода математиче-

ского моделирования. В зависимости от априорной информации о системе математические модели можно строить на основе либо функциональных, либо принципиальных схем.

Функциональная схема для построения математических моделей используется в случае недостаточной априорной информации на этапе системотехнического проектирования. В основе построения математических моделей радиосистем здесь лежит их формальное описание (обобщенная математическая модель) (1.7). Для построения математической модели радиосистемы на этапе проектирования необходимо осуществить переход от формального описания (формальной схемы) к структурной или эквивалентной схеме устройства и далее к математическим моделям, используя шесть методов классификационного признака IV (рис. 3.2).

Принципиальная схема для построения математической модели системы используется в случае полной априорной информации о системе на этапе исследования. В этом случае задача построения математической модели системы состоит в представлении ее элементов таким образом, чтобы получить достаточно простое для реализации на ЭВМ математическое описание. В первую очередь здесь используются классификационные признаки II и III. Путем строго теоретического анализа принципиальной схемы системы получают упрощенные математические модели, которые можно также представить эквивалентными или структурными схемами. При формировании математических моделей можно использовать шесть методов классификационного признака IV (рис. 3.2).

Математические модели, сформированные на основе методов несущей и комплексной огибающей являются наиболее полными. Они универсальны, поскольку обычно справедливы при любых входных фазовых переменных. Однако их и наиболее сложно реализовать на ЭВМ. Методы статистических эквивалентов, структурных схем и информационного параметра позволяют строить математические модели радиосистем, в которых воспроизводятся преобразования информационных процессов $\lambda(t)$ и низкочастотных (эквивалентных) помех $\xi_1(t)$.

Метод статистических эквивалентов предназначен для построения математических моделей высокочастот-

ных звеньев радиосистем, находящихся под воздействием случайных возмущений. В этом случае высокочастотное звено заменяется (для заранее оговоренных условий) низкочастотным статистическим эквивалентом. Такой эквивалент для заданных входных сигналов и помех можно построить в результате теоретического анализа принципиальной схемы радиосистемы. При наличии только формального описания низкочастотный эквивалент обычно задается на основе результатов анализа подобных систем. Для реализации этого метода необходимо располагать формальным описанием радиосистемы на уровне функциональных звеньев.

Метод структурных схем позволяет строить математические модели радиосистем, в которых высокочастотная часть может быть представлена детерминированным (обычно динамическим) эквивалентом; широко применяется для моделирования радиосистем на любом иерархическом уровне. Для реализации этого метода необходимо располагать структурной схемой радиосистемы, которую можно получить из принципиальной или функциональной схемы радиосистемы в результате теоретического анализа.

Метод информационного параметра является обобщением двух предыдущих и, как уже отмечалось, позволяет строить математические модели высокочастотных следящих и неследящих радиоустройств и радиосистем (СПИ, ФАП, ЧАП и др.), выделяющих на выходе оценку $\hat{\lambda}(t)$ информационного параметра $\lambda(t)$ во входном радиосигнале $u(t, \lambda)$.

Математические модели радиосистем, построенные на основе трех последних методов (15, 16, 17 на рис. 3.2), являются ограниченными. Они справедливы лишь для тех условий, с учетом которых были построены (рассчитаны) структурные схемы и статистические эквиваленты.

3.3. МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЗВЕНЬЕВ РАДИОСИСТЕМ И РАДИОУСТРОЙСТВ

Вне зависимости от способов разбиения радиосистемы и радиоустройства на иерархические уровни (см. рис. 2.2) и способов их описания, операторы, описывающие отдельные звенья системы, можно представить

динамическими звеньями (ДЗ) с соответствующим математическим описанием. Заменяя каждое моделируемое звено динамическим, мы приходим к математической модели этого звена. В данном параграфе рассматриваются способы упрощенного описания динамических звеньев радиосистем и радиоустройств, если при их функционировании в рамках системы наложены определенные ограничения.

Характеристики линейных динамических звеньев. Одномерные стационарные инерционные линейные ДЗ (ЛДЗ) описываются следующими характеристиками.

Импульсная характеристика $h(t)$ — это реакция на входной сигнал $x(t)$, имеющий вид единичного импульса (δ -функции Дирака)

$$h(t) = y(t). \quad (3.3)$$

Для физически возможных ЛДЗ $h(t) \equiv 0$ при $t < 0$ и для устойчивых $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty$.

Переходная характеристика — это реакция на входной сигнал $x(t)$, имеющий вид единичного скачка $\sigma_1(t)$:

$$g(t) = y(t), \quad (3.4)$$

связанная с $h(t)$ интегродифференциальной зависимостью

$$g(t) = \int_0^t h(\tau) d\tau, \quad h(t) = \frac{d}{dt} g(t).$$

Передающая функция системы — преобразование Лапласа от импульсной характеристики:

$$H(p) = \int_0^{\infty} h(t) e^{-pt} dt, \quad p = \sigma + j\omega. \quad (3.5)$$

При моделировании звеньев радиоустройств применяется оператор $K(p) \equiv H(p)$, а функция $K(p)$ называется операторным коэффициентом передачи звена.

Комплексная частотная характеристика — преобразование Фурье от импульсной характеристики:

$$K(jf) = \int_0^{\infty} h(t) e^{-j2\pi ft} dt, \quad p = j2\pi f. \quad (3.6)$$

Она является комплексной функцией аргумента f (или ω), так что

$$K(j\omega) = |K(j\omega)| e^{-j \arg K(j\omega)} = A(\omega) e^{-j\varphi(\omega)} = P(\omega) - jQ(\omega). \quad (3.7)$$

Это позволяет ввести амплитудно-частотную $A(\omega)$ и фазочастотную $\varphi(\omega)$ характеристики, а также действительную и мнимую части $K(j\omega)$:

$$\begin{aligned} P(\omega) &= A(\omega) \cos \varphi(\omega) = \operatorname{Re} K(j\omega), \\ Q(\omega) &= A(\omega) \sin \varphi(\omega) = \operatorname{Im} K(j\omega). \end{aligned} \quad (3.8)$$

Одномерные нестационарные инерционные ЛДЗ характеризуются «системными» функциями, к которым относятся следующие.

Импульсная характеристика двух типов: реакция ЛДЗ в момент t на входной сигнал $\delta(t-t_0)$, поданный в момент $t_0 = \xi$,

$$\omega(t, \xi) = y(t); \quad (3.9)$$

реакция ЛДЗ в момент t на входной сигнал $\delta(t-t_0)$, поданный на τ_c ранее ($t_0 = t - \tau$),

$$h(t, \tau) = y(t). \quad (3.10)$$

Обе импульсные характеристики функционально связаны:

$$h(t, \tau) = \omega(t, t - \tau); \quad \omega(t, \xi) = h(t, t - \xi).$$

Для физически возможных нестационарных ЛДЗ

$$\omega(t, \xi) = 0, \quad t < \xi; \quad h(t, \tau) = 0, \quad \tau < 0. \quad (3.11)$$

Комплексные частотные характеристики трех типов для любой импульсной характеристики, например для $h(t, \tau)$:

преобразование Фурье по переменной τ

$$K_{\tau}(jf, t) = \int_0^{\infty} h(t, \tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (3.12)$$

по физическому смыслу соответствует реакции ДЗ на гармонический аналитический сигнал $x(t) = \exp j2\pi ft$

$$K_{\tau}(jf, t) = y(t)/x(t);$$

преобразование Фурье по переменной t

$$K_t(jF, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau) e^{-j2\pi Ft} dt \quad (3.13)$$

по физическому смыслу соответствует спектру реакции $y(t)$ ДЗ на частоте F на входной сигнал $x(t) = \delta(t - t_0)$, поданный в момент $t_0 = t - \tau$,

$$K_t(jF, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi Ft} \{y(t)\} dt; \quad (3.14)$$

двукратное преобразование Фурье по t и τ

$$K_{\tau, t}(j\bar{f}, jF) = \iint_{-\infty}^{\infty} h(t, \tau) e^{-j2\pi(\bar{f}\tau + Ft)} d\tau dt$$

по физическому смыслу соответствует спектру реакции $y(t)$ ДЗ на частоте $\bar{f} + F$ на аналитический гармонический сигнал $x(t) = \exp(j2\pi\bar{f}t)$

$$K_{\tau, t}(j\bar{f}, jF) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\bar{f} + F)2\pi t} \{y(t)\} dt.$$

Инерционные ЛДЗ также описываются с помощью дифференциальных уравнений. Так, для нестационарных ЛДЗ с сосредоточенными постоянными справедливо линейное дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами вида

$$\sum_{k=0}^n a_k(t) y^{(k)}(t) = \sum_{l=0}^m b_l(t) x^{(l)}(t), \quad m < n, \quad (3.15)$$

которое часто записывают в операторной форме

$$A_t y = B_t x, \quad (3.16)$$

где

$$A_t = \sum_{k=0}^n a_k(t) \frac{d^k}{dt^k};$$

$$B_t = \sum_{l=0}^m b_l(t) \frac{d^l}{dt^l}.$$

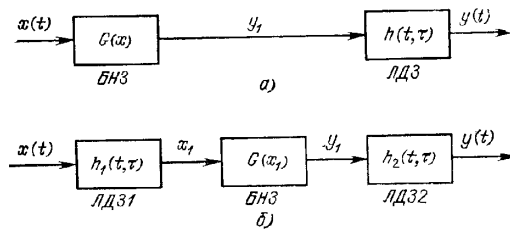


Рис. 3.3.

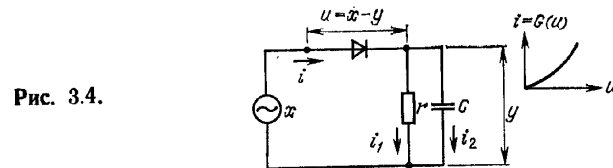


Рис. 3.4.

Характеристики нелинейных динамических звеньев. Одномерные безынерционные нелинейные ДЗ (НДЗ) описываются нелинейной функциональной зависимостью

$$y(t) = G[x(t)], \quad (3.17)$$

где часто функцию $y = G(x)$ аппроксимируют удобными математическими формулами. Одномерные инерционные НДЗ бывают двух типов: функционального и нефункционального.

Первые сводятся к последовательному соединению безынерционных нелинейных (рис. 3.3,а) и инерционных (рис. 3.3,б) линейных ДЗ, описываются поочередно. При желании подобные системы можно представить системами обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений. Одномерные инерционные НДЗ нефункционального типа не могут быть разделены на линейные и безынерционные нелинейные ДЗ, и для их описания обычно используют нелинейные обыкновенные дифференциальные уравнения. Например, широкоизвестная схема диодного детектора (рис. 3.4) относится к этому классу НДЗ и описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений

$$i_1(t) = \frac{1}{r} y(t), \quad i_2(t) = C \frac{dy}{dt}; \quad i(t) = i_1(t) + i_2(t);$$

$$i(t) = G[u(t)], \quad u(t) = x(t) - y(t).$$

Это приводит к дифференциальному уравнению

$$\tau(dy/dt) + y - rG(x-y) = 0. \quad (3.18)$$

Методы математического описания ЛДЗ при произвольном входном воздействии. При временных методах описания используется интеграл Дюамеля (интеграл свертки), который для физически возможных стационарных ЛДЗ имеет вид

$$y(t) = x(t) \nabla h(t) = \int_0^{\infty} x(t-\tau) h(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t x(\tau) h(t-\tau) d\tau. \quad (3.19)$$

Его обобщение на нестационарное ЛДЗ дает

$$y(t) = \int_0^{\infty} x(t-\tau) h(t, \tau) d\tau = \int_{-\infty}^t x(\tau) h(t, t-\tau) d\tau = \int_{-\infty}^t x(\tau) w(t, \tau) d\tau. \quad (3.19a)$$

При спектральных методах описания стационарных ЛДЗ применяется аппарат преобразований Лапласа и Фурье. В рамках преобразования Лапласа используют математический аппарат пар функций, сопряженных по Лапласу: $x(t) \xrightarrow{\text{ПРЛ}} X(p)$, что эквивалентно паре интегральных соотношений

$$X(p) = \mathcal{L}\{x(t)\} = \int_0^{\infty} x(t) e^{-pt} dt, \\ x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{X(p)\} = \frac{1}{j2\pi} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} X(p) e^{sp} dp, \quad p = \sigma + j\omega. \quad (3.20)$$

Беря от формулы (3.19) преобразование Лапласа и учитывая связь импульсной характеристики и передаточной функции $h(t) \xrightarrow{\text{ПРЛ}} H(p) = K(p)$, приходим к спектральному методу описания (по Лапласу) стационарных ЛДЗ:

$$y(t) = \frac{1}{j2\pi} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} Y(p) e^{pt} dp, \quad (3.21)$$

$$Y(p) = X(p)K(p), \quad X(p) = \int_0^{\infty} x(t) e^{-pt} dt.$$

В рамках преобразования Фурье используют свойства пар функций, сопряженных по Фурье: $x(t) \xrightarrow{\text{ПРФ}} X(jf)$, что эквивалентно паре симметричных интегральных соотношений

$$X(jf) = \mathcal{F}\{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt, \quad (3.22)$$

$$x(t) = \mathcal{F}^{-1}\{X(jf)\} = \int_{-\infty}^{\infty} X(jf) e^{j2\pi ft} df.$$

Беря от формулы (3.19) преобразование Фурье, мы приходим к спектральному методу описания (по Фурье) стационарных ЛДЗ

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} Y(jf) e^{j2\pi ft} df, \quad (3.23)$$

$$Y(jf) = X(jf)K(jf), \quad X(jf) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt.$$

Методы математического описания НДЗ при произвольном входном воздействии. Для математического описания безынерционных НДЗ обычно применяют временные методы, например, вида (3.18). Однако в принципе возможен и спектральный метод, связывающий комплексные спектры входного и выходного сигналов:

$$Y(jf) = \mathcal{F}\{y(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi ft} G[x(t)] dt = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi ft} G\left\{\int_{-\infty}^{\infty} X(jf') e^{j2\pi f't} df'\right\} dt. \quad (3.24)$$

Для математического описания инерционных НДЗ (рис. 3.3,а) чаще используется временной метод, сводящийся к последовательному применению интегралов

Дюамеля и соотношения (3.18). Это приводит, например, описание ДЗ на рис. 3.3,б к системе уравнений

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y_1(\tau) h_2(t, t - \tau) d\tau,$$

$$y_1(\tau) = G[x_1(\tau)], \quad x_1(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau') h_1(\tau, \tau - \tau') d\tau'.$$

Инерционные НДЗ также удобно описывать в рамках временных методов. Это приводит нас к системе уравнений

$$e(t) = x(t) - y_0(t); \quad z(t) = G[e(t)];$$

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} z(\tau) h(t, t - \tau) d\tau;$$

$$y_1(t) = G_0[y(t)]; \quad y_0(t) = \int_{-\infty}^{\infty} y_1(\tau) h_0(t, t - \tau) d\tau.$$

3.4. МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ СИГНАЛОВ И ПОМЕХ

При формировании математической модели системы в целом немаловажным вопросом является замена реальных источников сигналов и помех их математическими моделями, которые обычно реализуются с помощью теории сигналов [1, 4, 5].

Во всех задачах моделирования радиосистем и радиоустройств имеем дело с некоторым сообщением — в общем случае функцией времени $s_c(t)$ или пространства и времени $s_c(t, \mathbf{r})$. Носителем этого сообщения в радиосигнале является некоторый информационный параметр $\lambda_c = \lambda_c(t)$ или $\lambda_c = \lambda_c(t, \mathbf{r})$, так что полезный радиосигнал при приеме (с учетом или без учета искажения в радиоканале) может быть представлен узкополосным (квазигармоническим) сигналом, детерминированным, квазидетерминированным или случайным [2]:

$$u_c(t, \lambda_c) = u_c[t, \lambda_c(t)] = \operatorname{Re} \{ \dot{E}_c(t, \lambda_c) e^{j\omega_c t} \} \quad (3.25)$$

с комплексной огибающей

$$\dot{E}_c(t, \lambda_c) = E_c(t, \lambda_c) e^{-j\psi_c(t, \lambda_c)}. \quad (3.26)$$

Помеха часто бывает преднамеренной, подобной сигналу со своим информационным параметром $\lambda_n = \lambda_n(t)$. Тогда при приеме такие помехи могут быть представлены в виде

$$u_n(t, \lambda_n) = u_n[t, \lambda_n(t)] = \operatorname{Re} \{ \dot{E}_n(t, \lambda_n) e^{j\omega_n t} \} \quad (3.27)$$

с комплексной огибающей

$$\dot{E}_n(t, \lambda_n) = E_n(t, \lambda_n) e^{-j\psi_n(t, \lambda_n)}. \quad (3.28)$$

Кроме того, при приеме всегда имеет место неинформативные шумовые помехи (внутренние и внешние естественные шумы, преднамеренная шумовая помеха), которые в теории оптимального приема обычно представляют гауссовским белым шумом $n(t)$ с корреляционной функцией

$$r_n(t_1, t_2) = 0,5N_0(t_1) \delta(t_2 - t_1) \quad (3.29)$$

и нестационарной (двусторонней) спектральной плотностью

$$N_0(t_1) = 2 \int_{-\infty}^{\infty} r_n(t_1, t_2) dt_2. \quad (3.30)$$

Однако при анализе удобнее эти шумовые помехи также представлять узкополосными случайными колебаниями с несущей частотой ω_0 , совпадающей с резонансной частотой радиоусилителя:

$$u_{ш}(t) = \operatorname{Re} \{ \dot{R}(t) e^{j\omega_0 t} \}, \quad (3.31)$$

где

$$\dot{R}(t) = R(t) e^{-j\theta(t)} = A(t) - jB(t) \quad (3.32)$$

— комплексная огибающая с нормально распределенными проекциями $A(t)$, $B(t)$. Модель (3.31) гауссовского узкополосного шума хорошо известна в статистической радиотехнике [7—9].

При моделировании задач радиоприема наиболее полной является модель аддитивной смеси сигнала,

помехи и шума:

$$u_{\Sigma}(t) = u_c(t, \lambda_c, \lambda_n) = u_c(t, \lambda_c) + u_n(t, \lambda_n) + u_{ш}(t). \quad (3.33)$$

При оптимальном приеме на выходе радиоприемного устройства обычно фигурируют оценки сообщения $\hat{s}_c(t)$, или информационных параметров $\hat{\lambda}_c(t)$, $\hat{\lambda}_n(t)$, или функционалов от этих процессов $F_t\{\lambda_c(t), \lambda_n(t), s_c(t)\}$.

Из вышесказанного следует, что при моделировании обычно имеем дело с двумя типами колебаний:

низкочастотные (случайные или детерминированные): $s(t) = s_c(t)$ или $\lambda_c(t)$, или $\lambda_n(t)$, или $F_t\{\lambda_c(t), \lambda_n(t), s_c(t)\}$, комплексный спектр которых

$$S_s(jf) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j2\pi ft} dt = S_s(f) e^{-j\psi_s(f)} = P_s(f) - jQ_s(f) \quad (3.34)$$

всегда примыкает к области нулевых частот;

узкополосные (случайные и детерминированные): $u(t) = u_c(t, \lambda_c)$ или $u_n(t, \lambda_n)$, или $u_{ш}(t)$, или $u_{\Sigma}(t, \lambda_c, \lambda_n)$, которые могут быть представлены в виде квазигармонического сигнала

$$u(t) = \text{Re} \{ \dot{E}(t) e^{j\omega_0 t} \} \quad (3.35)$$

с комплексной огибающей

$$\dot{E}(t) = E(t) e^{-j\phi(t)} = a(t) - jb(t). \quad (3.36)$$

Спектр таких колебаний $S_u(jf)$ концентрируется вокруг несущей частоты f_0 .

Рассмотрим методы математического описания этих двух типов колебаний.

Математическое описание детерминированных низкочастотных колебаний $s(t)$. Здесь широко применяются спектральные и временные методы [2, 5]. При спектральных методах (по Фурье) применяют:

для периодических сигналов ряд Фурье

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s_k(t) \sim \frac{1}{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \dot{C}_k e^{j2\pi k F t}$$

с комплексными амплитудами

$$\dot{C}_k = C_k e^{-j\psi_k} = a_k - j b_k = 2F \int_{-T/2}^{T/2} s(t) e^{-j2\pi k F t} dt$$

гармоник частоты повторения $F=1/T$, обладающими свойством $\dot{C}_{-k} = \dot{C}_k^*$;

для непериодических абсолютно интегрируемых сигналов интеграл Фурье

$$s(t) \sim \int_{-\infty}^{\infty} S_s(jf) e^{j2\pi ft} df$$

с комплексным спектром (3.34).

Часто приходится описывать комплексные сигналы

$\dot{s}(t) = s(t) + j\sigma(t)$, используя интеграл Фурье

$$\dot{s}(t) = s(t) + j\sigma(t) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\dot{s}} e^{j2\pi ft} df.$$

Здесь

$$\begin{aligned} S_{\dot{s}}(jf) &= \int_{-\infty}^{\infty} \dot{s}(t) e^{-j2\pi ft} dt = S_s(jf) + jS_{\sigma}(jf) = \\ &= [P_s(f) + Q_{\sigma}(f)] - j[Q_s(f) - P_{\sigma}(f)] = \\ &= P_{\dot{s}}(f) - jQ_{\dot{s}}(f) = S_{\dot{s}}(f) e^{-j\psi_{\dot{s}}(f)} \end{aligned}$$

— комплексный спектр комплексного сигнала.

При спектральных методах описания применяют интеграл Лапласа

$$s(t) \sim \frac{1}{j2\pi} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} S_s(p) e^{pt} dp, \quad S_s(p) = \int_0^{\infty} s(t) e^{-pt} dt.$$

При временных методах описания применяют интеграл Дюамеля (интеграл свертки) либо для δ -функции, либо для функции единичного скачка $\sigma_1(t)$

$$\begin{aligned} s(t) &= s(t) \nabla \delta(t) \sim \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \delta(t - \tau) d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} s(t - \tau) \delta(\tau) d\tau; \end{aligned}$$

$$s(t) = s'(t) \nabla \sigma_1(t) \sim \int_{-\infty}^t s'(\tau) \sigma_1(t - \tau) d\tau.$$

Распространенным временным методом описания является метод ортогональных разложений

$$s(t) \sim \sum_{n=0}^{\infty} a_n \varphi_n(t), \quad a < t < b.$$

Здесь введены коэффициенты

$$a_n = \int_a^b s(t) \varphi_n(t) p(t) dt,$$

а также ортогональные ортонормированные функции $\varphi_0(t), \varphi_1(t), \dots, \varphi_m(t), \dots, \varphi_n(t)$ с весовой функцией $p(t)$, удовлетворяющие условию ортогональности

$$\int_a^b \varphi_m(t) \varphi_n(t) p(t) dt = \delta_{mn}^* = \begin{cases} 1, & m = n, \\ 0, & m \neq n. \end{cases}$$

Среди распространенных ортогональных функций и полиномов (тригонометрические функции, полиномы Лежандра, Лагерра, Эрмита, Чебышева, функции Уолша и др.) особое место занимают функции отсчета

$$\varphi_n(t) = \text{sinc}(t-n) = \sin \pi(t-n) / \pi(t-n), \quad (3.37)$$

приводящие к рядам Котельникова во временной области

$$s(t) \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(n\Delta t) \text{sinc}\left(\frac{t}{\Delta t} - n\right), \quad \Delta t = \frac{1}{2F_{s \max}},$$

в спектральной области

$$S_s(jf) \sim \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_s(jn\Delta F) \text{sinc}\left(\frac{f}{\Delta F} - n\right), \quad \Delta F = \frac{1}{T_{\max}}.$$

Математическое описание детерминированных узкополосных колебаний. Существует несколько способов однозначного определения огибающей и фазы узкополосных квазигармонических колебаний [2, 4, 8, 10].

1. С помощью двух ортогональных колебаний

$$\begin{matrix} u \\ v \end{matrix} (t) = E(t) \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \Phi(t) = E(t) \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} [\omega_0 t - \psi(t)], \quad (3.38)$$

приближенно сопряженных [8] по Гильберту, можно записать огибающую $E(t)$, полную фазу $\Phi(t)$ и мгновенную частоту $\omega_{\text{МГН}}(t)$ узкополосного колебания в виде

$$E(t) = [u^2(t) + v^2(t)]^{1/2};$$

$$\Phi(t) = \omega_0 t - \psi(t) = \text{arctg}[v(t)/u(t)];$$

$$\omega_{\text{МГН}}(t) = \frac{d\Phi}{dt} = E^{-1}(t) \left[u(t) \frac{dv}{dt} - v(t) \frac{du}{dt} \right]. \quad (3.39)$$

2. С помощью проекций вектора комплексной огибающей

$$\begin{matrix} a \\ b \end{matrix} (t) = \begin{matrix} \text{Re} \\ \text{Im} \end{matrix} \overset{\circ}{E}(t) = E(t) \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \psi(t). \quad (3.40)$$

В этом случае

$$E(t) = [a^2(t) + b^2(t)]^{1/2};$$

$$\psi(t) = \omega_0 t - \Phi(t) = \text{arctg}[b(t)/a(t)];$$

$$\omega_{\text{МГН}}(t) = \omega_0 - E^{-1}(t) \left[a(t) \frac{db}{dt} - b(t) \frac{da}{dt} \right]. \quad (3.41)$$

3. С помощью производных узкополосного сигнала [8, 10]

$$E(t) = [u^2(t) + \omega_0^{-2} u'^2(t)]^{1/2};$$

$$\psi(t) = \omega_0 t + \text{arctg}[u'(t)/\omega_0 u(t)];$$

$$\omega_{\text{МГН}}(t) = \omega_0 - \psi'(t) = \omega_0 \left\{ 1 - u(t) \left[\frac{u''(t) + \omega_0^2 u(t)}{u'^2(t) + \omega_0^2 u^2(t)} \right] \right\}, \quad (3.42)$$

где

$$u(t) = u = E \cos(\omega_0 t - \psi);$$

$$u'(t) = -\omega_0 E \sin(\omega_0 t - \psi);$$

$$u''(t) = -\omega_0^2 E \cos(\omega_0 t - \psi). \quad (3.43)$$

При этом соблюдаются важные соотношения

$$E(t) E'(t) = u'(t) [u''(t) + \omega_0^2 u(t)];$$

$$\psi'(t) E^2(t) \omega_0 = u(t) [u''(t) + \omega_0^2 u(t)]. \quad (3.44)$$

При описании моделей узкополосных колебаний часто имеют дело с комплексными аналитическими сигналами

$$\dot{u}(t) = u(t) + jv(t); \quad \dot{u}^*(t) = u(t) - jv(t), \quad (3.45)$$

так что

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \dot{u}(t) &= u(t) = \frac{1}{2} [\dot{u}(t) + \dot{u}^*(t)]; \\ \operatorname{Im} \dot{u}(t) &= v(t) = \frac{1}{j2} [\dot{u}(t) - \dot{u}^*(t)]. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Иногда требуется определить все компоненты узкополосного сигнала (3.35) через заданную комплексную огибающую (3.36):

$$\begin{aligned} a(t) &= \operatorname{Re} \dot{E}(t) = \frac{1}{2} [\dot{E}^*(t) + \dot{E}(t)]; \\ b(t) &= \operatorname{Im} \dot{E}(t) = \frac{1}{j2} [\dot{E}^*(t) - \dot{E}(t)]; \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\dot{u}(t) = \dot{E}(t) e^{j\omega_0 t}; \quad \dot{u}^*(t) = \dot{E}^*(t) e^{-j\omega_0 t}.$$

С помощью формул связи (3.45) — (3.47) обычно осуществляют пересчеты комплексных спектров всех компонент узкополосного сигнала (3.35). Так, основополагающим является соотношение между комплексными спектрами ортогональных сигналов (3.38), сопряженных по Гильберту:

$$S_v(jf) = \begin{cases} -j S_u(jf), & f > 0, \\ j S_u(jf), & f < 0; \end{cases}$$

$$S_v(f) = S_u(f); \quad \varphi_v(f) = \varphi_u(f) \pm \pi/2, \quad \begin{matrix} f > 0, \\ f < 0. \end{matrix} \quad (3.48)$$

Весьма удобным методом описания узкополосных сигналов является метод дифференциальных уравнений [3], рассмотренный в гл. 4.

Математическое описание случайных сигналов и помех осуществляется с помощью обычных методов [8] статистической радиотехники.

Литература: *Основная* [1—3, 5, 7, 8, 15, 16], *дополнительная* [4, 9, 10, 17].

4. МЕТОД НЕСУЩЕЙ

Метод несущей используется для построения математических моделей высоко- и низкочастотных звеньев радиосистем. Математические модели по методу несущей можно строить на основе как принципиальных, так и структурных и функциональных схем. При этом для описания преобразований сигналов и помех в элементах схемы можно использовать дифференциальные уравнения, а также спектральные или временные преобразования. Применяется также комбинированный метод. В этом случае за основу берется принципиальная схема, а моделирование идет на базе структурной (или функциональной) схемы, полученной как укрупнение принципиальной схемы с сохранением точных значений ее параметров. При этом методе сигналы и помехи воспроизводятся в моделях с точностью до мгновенных значений напряжений и токов.

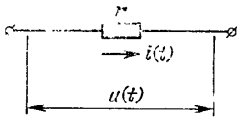
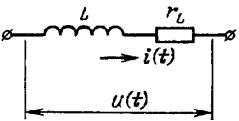
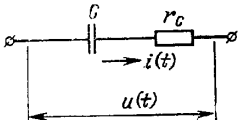
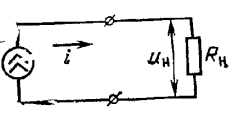
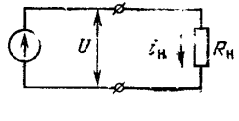
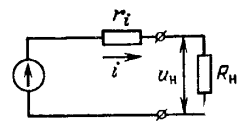
4.1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ РАДИОСИСТЕМ И РАДИОУСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПИАЛЬНЫХ СХЕМ

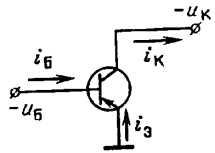
Математические модели типовых электрических элементов. В этом случае построение математических моделей радиосистем осуществляется на уровне схемных элементов. В табл. 4.1 приведено математическое описание пассивных и активных элементов принципиальных схем, полученное с помощью дифференциальных уравнений. Там же дано описание источников сигналов и помех и их представление в виде идеальных генераторов тока или напряжения. Лампы и транзисторы в табл. 4.1 представлены нелинейными безынерционными звеньями. При математическом описании пассивных элементов с распределенными постоянными применены дифференциальные уравнения в частных производных.

Математические модели узкополосных сигналов. Для математического описания сигналов и помех методом несущей применяют специальные приемы [3]. Рассмотрим их на примере описания произвольного узкополосного сигнала

$$u[t, \lambda(t)] = E[t, \lambda(t)] \sin\{\omega_0 t - \psi[t, \lambda(t)] - \psi_0\}, \quad (4.1)$$

где векторную функцию $\lambda(t)$ будем полагать медленной функцией времени по сравнению с несущей частотой

Элемент	Электрическая схема	Математическое описание
Резистор		$u(t) = r i(t)$
Катушка индуктивности		$u(t) = r_L i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$
Конденсатор		$u(t) = r_C i(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(t) dt$
Генератор тока		$i = \text{const} \neq f(R_H),$ $u_H = i R_H$
Генератор напряжения		$U = \text{const} \neq f(R_H),$ $i_H = U/R_H$
Реальный источник		$i = \frac{U}{r_i + R_H},$ $u_H = \frac{U}{1 + r_i/R_H}$

Элемент	Электрическая схема	Математическое описание
Транзистор ($p-n-p$)		$i_B = \Phi_1(u_B, u_K)$ $i_K = \Phi_2(u_K, u_B)$

стой ω_0 . Тогда при дифференцировании считаем функцию $\lambda(t) = \lambda$ постоянной и представляем (4.1) в виде

$$u = u(t, \lambda) = E(t, \lambda) \sin \Phi(t, \lambda), \quad (4.2)$$

где

$$\Phi(t, \lambda) = \omega_0 t - \psi(t, \lambda) - \psi_0 \quad (4.3)$$

— полная фаза. Дифференцируя (4.2) дважды по t , получаем:

$$\begin{aligned} u' &= E' \sin \Phi + E \Phi' \cos \Phi, \\ u'' &= E'' \sin \Phi - E \Phi'^2 \sin \Phi + 2E' \Phi' \cos \Phi + \\ &\quad + E \Phi'' \cos \Phi, \end{aligned} \quad (4.4)$$

где для сокращения записи введены штрихи (производные по t). Однако

$$\sin \Phi = \frac{u}{E}; \quad \cos \Phi = \frac{u' - E' u / E}{E \Phi'}. \quad (4.5)$$

В результате подстановки (4.5) в (4.4) получаем линейное дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами для описания искомого сигнала (4.2)

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u}{dt^2} - \left[\frac{\Phi''(t, \lambda)}{\Phi'(t, \lambda)} + 2 \frac{E'(t, \lambda)}{E(t, \lambda)} \right] \frac{du}{dt} + \left[\Phi'^2(t, \lambda) + \right. \\ \left. + 2 \frac{E'^2(t, \lambda)}{E^2(t, \lambda)} + \frac{E'(t, \lambda) \Phi''(t, \lambda)}{E(t, \lambda) \Phi'(t, \lambda)} - \frac{E''(t, \lambda)}{E(t, \lambda)} \right] u = 0. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Конкретный вид дифференциального уравнения (4.6) зависит от вида применяемой модуляции (табл. 4.2). При этом для сохранения всей информации, заложенной в модулирующий параметр $\lambda = \lambda(t)$,

Тип радиосигнала	Отстающая и ее производные	Полная фаза и ее производные	$a_1(t, \lambda)$	$a_0(t, \lambda)$
Произвольный	$E = E(t, \lambda)$ $E' = \frac{\partial E(t, \lambda)}{\partial t}$ $E'' = \frac{\partial^2 E(t, \lambda)}{\partial t^2}$	$\Phi = \Phi(t, \lambda) = \omega_0 t - \psi(t, \lambda)$ $\Phi' = \frac{\partial \Phi(t, \lambda)}{\partial t} = \omega_0 - \psi'(t, \lambda)$ $\Phi'' = \frac{\partial^2 \Phi(t, \lambda)}{\partial t^2} = -\psi''(t, \lambda)$	$-\left(\frac{\Phi''}{\Phi'} + 2\frac{E'}{E}\right)$	$\Phi'^2 + 2\frac{E'^2}{E^2} + \frac{E'\Phi''}{E\Phi'} - \frac{E''}{E}$
Немодулированный	$E = E_0; E' = E'' = 0$	$\Phi = \omega_0 t - \psi_0; \Phi' = \omega_0; \Phi'' = 0$	0	ω_0^2
Амплитудно-модулированный	$E = E_0 [1 + m_{\text{ам}} \lambda(t)]$ $E' = m_{\text{ам}} E_0 \lambda'(t)$ $E'' = m_{\text{ам}} E_0 \lambda''(t)$	$\Phi = \omega_0 t - \psi_0$ $\Phi' = \omega_0; \Phi'' = 0$	$-\frac{2m_{\text{ам}} \lambda'(t)}{1 + m_{\text{ам}} \lambda(t)}$	$\omega_0^2 + 2 \left\{ \frac{m_{\text{ам}} \lambda'(t)}{1 + m_{\text{ам}} \lambda(t)} \right\}^2 - \frac{m_{\text{ам}} \lambda''(t)}{1 + m_{\text{ам}} \lambda(t)}$
Фазомодулированный	$E = E_0$ $E' = E'' = 0$	$\Phi = \omega_0 t - m_{\text{фм}} \lambda(t) - \psi_0$ $\Phi' = \omega_0 - m_{\text{фм}} \lambda'(t)$ $\Phi'' = -m_{\text{фм}} \lambda''(t)$	$\frac{m_{\text{фм}} \lambda''(t)}{\omega_0 - m_{\text{фм}} \lambda'(t)}$	$[\omega_0 - m_{\text{фм}} \lambda'(t)]^2$
Частотно-модулированный	$E = E_0$ $E' = E'' = 0$	$\Phi = \omega_0 t - m_{\text{чм}} \int_0^t \lambda(t) dt$ $\Phi' = \omega_0 - m_{\text{чм}} \lambda(t)$ $\Phi'' = -m_{\text{чм}} \lambda'(t)$	$\frac{m_{\text{чм}} \lambda'(t)}{\omega_0 - m_{\text{чм}} \lambda(t)}$	$[\omega_0 - m_{\text{чм}} \lambda'(t)]^2$

в конечных решениях дифференциального уравнения (4.6) вида

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + a_1[t, \lambda(t)] \frac{du}{dt} + a_0[t, \lambda(t)] u = 0 \quad (4.7)$$

следует в производных $E'(t, \lambda)$, $E''(t, \lambda)$, $\Phi'(t, \lambda)$, $\Phi''(t, \lambda)$ полагать $\lambda = \lambda(t)$ и учитывать производные $\lambda'(t)$, $\lambda''(t)$.

Решением дифференциального уравнения (4.7) при частных значениях коэффициентов (табл. 4.2), очевидно, будут модулированные сигналы

$$u[t, \lambda(t)] = \begin{cases} E_0 [1 + m_{\text{ам}} \lambda(t)] \sin(\omega_0 t - \psi_0); \\ E_0 \sin[\omega_0 t - m_{\text{фм}} \lambda(t) - \psi_0], \\ E_0 \sin\left[\omega_0 t - m_{\text{чм}} \int_0^t \lambda(t) dt - \psi_0\right]. \end{cases} \quad (4.8)$$

Упрощенные методы моделирования звеньев. Для математического описания отдельных звеньев принципиальных схем применяются различные упрощенные методы, в частности квазистатический метод и метод малых нелинейностей (метод линеаризации).

В общем виде элемент радиосистемы или радиоприемника можно описать нелинейным дифференциальным уравнением

$$\sum_{k=0}^n a_k(t) y^{(k)}(t) = f(y, y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(l)}, \dots, y^{(n)}; x, x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(p)}, \dots, x^{(m)}), \quad (4.9)$$

где x, y — входное и выходное воздействия.

При квазистатическом методе, когда постоянная времени τ_0 рассматриваемого динамического звена (ДЗ) значительно меньше времени корреляции $\tau_{\text{кор}}$ входного (случайного) сигнала ($\tau_0 \ll \tau_{\text{кор}}$), то это звено можно заменить безынерционным звеном, положив все производные в (4.9) равными нулю. Тогда (4.9) принимает вид

$$a_0(t) y(t) = f[y(t), 0, \dots, 0, \dots, 0; x(t), 0, \dots, 0, \dots, 0].$$

Решая это уравнение относительно y , приходим к форме описания безынерционного (нелинейного) звена $y(t) = G[x(t)]$.

Метод малых нелинейностей (метод линеаризации) заключается в следующем. Если в (4.9) возмущение $\xi(t) = x(t)$ является случайным процессом, то таким будет и выходной сигнал моделируемого звена $\eta(t) = m_\eta(t) + \eta^0(t)$, где $m_\eta(t)$ — его математическое ожидание, а $\eta^0(t)$ — флюктуационная составляющая. Тогда можно, подобрав некоторую нелинейную функцию $\eta = G(\xi)$, получить из (4.9) два дифференциальных уравнения для $m_\eta(t)$ и $\eta^0(t)$. При этом при малых флюктуациях второе уравнение легко линеаризовать, так как рабочий участок нелинейной функции $G(\xi)$ мал и может считаться линейным.

Приведем примеры математического моделирования методом несущей на основе принципиальных схем.

Пример 4.1. Рассмотрим построение математической модели диодного амплитудного детектора (рис. 3.4). В этом случае система дифференциальных уравнений приводит нас к единому нелинейному дифференциальному уравнению первого порядка (3.18).

Для моделирования входного амплитудно-модулированного (АМ) сигнала можно в соответствии с табл. 4.2 использовать линейное параметрическое дифференциальное уравнение второго порядка

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1[\lambda(t)] \frac{dx}{dt} + a_0[\lambda(t)] x = 0, \quad (4.10)$$

где коэффициенты $a_1[\lambda(t)]$, $a_0[\lambda(t)]$ описываются формулами, приведенными в табл. 4.2 (3-я строка). В результате математическая модель схемы на рис. 3.4 принимает вид рис. 4.1.

При квазистатическом методе дифференциальное уравнение (3.18) заменяется уравнением безынерционного нелинейного звена (БНЗ)

$$y(t) - rG[x(t) - y(t)] = 0. \quad (4.11)$$

Для конкретного вида нелинейной характеристики $G(u)$ это уравнение можно решить в явном виде и тем самым представить модель схемы на рис. 3.4 в виде БНЗ.

Пример 4.2. Генератор, управляемый (по частоте и фазе) напряжением (ГУН), является основным элементом следящих радиоприемных устройств типа схем фазовой (ФАП), частотной автоподстройки (ЧАП). Принципиальная схема ГУН показана на рис. 4.2.

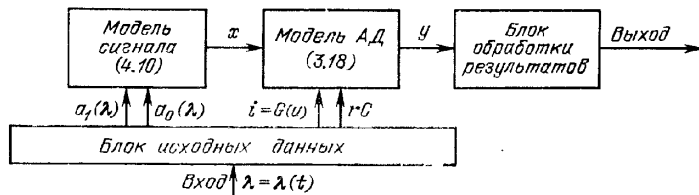


Рис. 4.1.

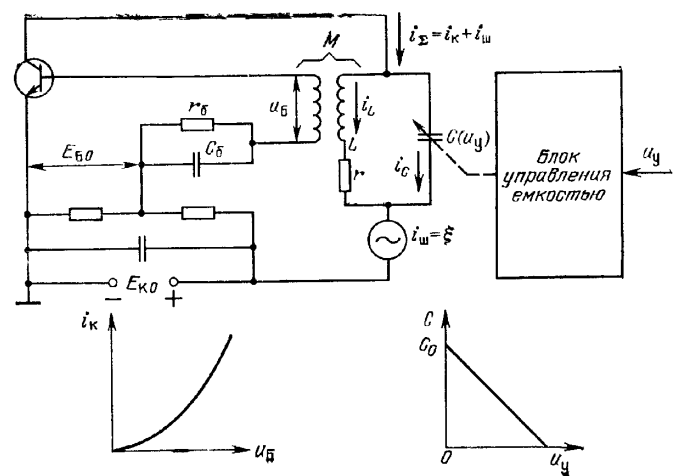


Рис. 4.2.

С помощью управляющего напряжения $u_y(t)$ осуществляется управление емкостью $C = C[u_y(t)] = \bar{C}(t)$, в соответствии с регуляторной зависимостью

$$C = C(u_y) = C_0 - s_C u_y, \quad s_C = C_0/u_0. \quad (4.12)$$

Введя шумовой ток $i_ш = \xi$ и характеристику нелинейности $i_K = G(u_B)$, составим исходные уравнения для мгновенных токов и напряжений

$$i_\Sigma = i_K + \xi = i_L + i_C; \quad i_K = G(u_B); \quad u_B = Mi'_L; \\ u_K = ri'_L + Li''_L; \quad i_C = (Cu_K)' = Cu'_K + C'u_K.$$

Это приводит к дифференциальному уравнению

$$CLi''_L + (C'_L + rC)i'_L - G(Mi'_L) + (1 + rC')i_L = \xi. \quad (4.13)$$

Преобразуем это уравнение, введя выходное напряжение ГУН $y = i_L$ и нормированное входное напряжение

$$x(t) \equiv \bar{x}(t) = \frac{u_y(t)}{u_0} = 1 - \frac{C(u_y)}{C_0}, \quad (4.14)$$

где C_0 — емкость, определяющая частоту собственных колебаний ГУН при отсутствии управляющего напряжения $\omega_0 = \omega_{Г0} = 1/\sqrt{LC_0}$. Это дает нам дифференциальное уравнение

$$\mu_2(x)y'' + \omega_0^2\mu_1(x, x')y' - \omega_0^2G(My') + \omega_0^2\mu_0(x')y = \omega_0^2\xi. \quad (4.15)$$

Здесь

$$\mu_0(x') = 1 - rC_0x'; \quad \mu_1(x, x') = rC_0(1 - x - Lx'/r); \quad \mu_2(x) = 1 - x \quad (4.16)$$

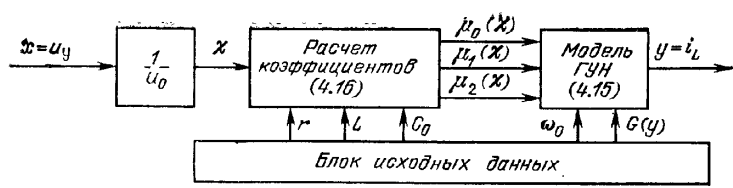


Рис. 4.3.

— коэффициенты, параметрически управляемые нормированным управляющим напряжением (4.14).

На основании (4.14)—(4.16) имеем структурную схему модели ГУН (рис. 4.3).

4.2. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ РАДИОСИСТЕМ И РАДИОУСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СХЕМ

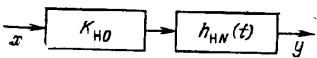
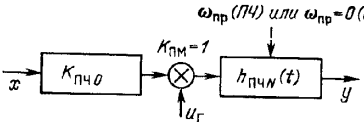
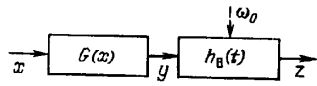
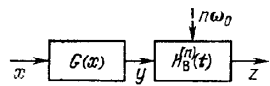
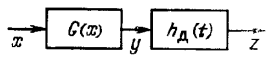
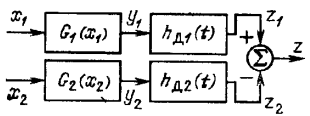
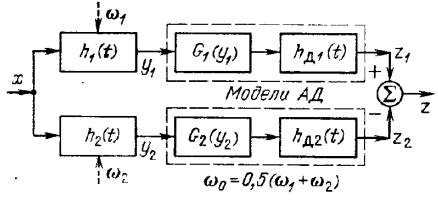
Метод несущей можно применить для формирования математических моделей радиосистем и устройств при наличии их формального описания на уровне функциональных схем. Для построения библиотеки математических моделей элементов функциональных схем необходимо условиться о способах математического описания их операторов. В зависимости от имеющейся априорной информации математическое описание каждого оператора можно выполнить с различной степенью подробности. Один из распространенных способов упрощенного описания при недостаточной априорной информации состоит в том, что математические модели операторов вводятся в предположении, что все они выполняют свои функции идеально, т. е. не учитываются погрешности преобразования сигналов и помех функциональными звеньями радиосистемы. Таким образом, задача состоит в том, чтобы для базиса операторов выбрать соответствующую библиотеку готовых алгоритмов или математических моделей. Тогда из формального описания системы или непосредственно из ее функциональной схемы можно составить математическую модель радиосистемы. При таком подходе точность моделирования невысока. Однако на ранних этапах моделирования, когда принципиальные схемы не разработаны, подобный метод вполне оправдан.

Модели элементов функциональных схем. Формальные схемы и операторы основных элементов функциональных схем приведены в табл. 4.3. Здесь линейные радиоусилители (УВЧ, УПЧ), обычно регулируемые схе-

Таблица 4.3

Элемент (звено) функциональной схемы	Структурная схема модели	Математическое описание модели
Генератор (гетеродин)		$u_G(t) = E_0 \cos(\omega_0 t - \psi_0)$
Генератор, управляемый напряжением (ГУН)		$u_{\text{ГУН}}(t) = E(u_y) \cos[\omega_0 t - \psi(u_y) - \psi_0]$
Амплитудный модулятор		$u_{\text{АМ}}(t, \lambda) = (1 + m_{\text{ам}} \lambda) u_G(t) = E_0 (1 + m_{\text{ам}} \lambda) \cos(\omega_0 t - \psi_0)$
Фазовый модулятор		$u_{\text{ФМ}}(t, \lambda) = E_0 \cos(\omega_0 t - m_{\text{фм}} \lambda - \psi_0)$

Элемент (звено) функциональной схемы	Структурная схема модели	Математическое описание модели
Частотный модулятор		$u_{\text{ЧМ}}(t, \lambda) = E_0 \cos(\omega_0 t - m_{\text{ЧМ}} \int_0^t \lambda(t) dt - \psi_0)$
Сумматор		$u_{\Sigma}(t) = \sum_{i=1}^n u_i(t)$
Перемножитель		$u_{\text{ПМ}}(t) = K_{\text{ПМ}} u_1(t) u_2(t)$
Интегратор		$s_u(t, T) = s_0(t) + \int_0^T s(t) dt$
Коррелятор		$u_K(\tau, T) = \int_0^T u_1(t) u_2(t + \tau) dt$
Линия задержки		$u_{\text{ЛЗ}}(t) = u(t - \tau)$
Усилитель высокой частоты (УВЧ), регулируемый АРУ		$y(t) = K_{\text{В0}}(u_{\text{АРУ}}) \int_0^{\infty} x(t - \tau) h_{\text{ВН}}(\tau) d\tau$
Усилитель промежуточной частоты (УПЧ), регулируемый АРУ		$y(t) = K_{\text{П0}}(u_{\text{АРУ}}) \int_0^{\infty} x(t - \tau) h_{\text{ПН}}(\tau) d\tau$

Элемент (звено) функциональной схемы	Структурная схема модели	Математическое описание модели
Усилитель низкой частоты (УНЧ)		$y(t) = K_{HO} \int_0^{\infty} x(t-\tau) h_{HN}(\tau) d\tau$
Преобразователь частоты (ПЧ) или синхронный детектор ($\omega_{np} = 0$)		$y(t) = K_{ПЧ0} \int_0^{\infty} x(t-\tau) u_{Г}(t-\tau) h_{ПЧN}(\tau) d\tau$
Резонансный ограничитель амплитуды		$z(t) = \int_{-\infty}^t G[x(\tau)] h_B(t-\tau) d\tau$
Умножитель частоты (в n раз)		$z(t) = \int_{-\infty}^t G[x(\tau)] h_B^{(n)}(t-\tau) d\tau,$ <p>где $h_B^{(n)}(t)$ — импульсная характеристика УВЧ, настроенного на частоту $n\omega_0$</p>
Амплитудный детектор		$z(t) = \int_{-\infty}^t G[x(\tau)] h_D(t-\tau) d\tau$
Амплитудно-фазовый детектор		$z(t) = z_1(t) - z_2(t),$ $z_i(t) = \int_{-\infty}^t G_i[x_i(\tau)] h_{Di}(t-\tau) d\tau; \quad i=1, 2,$ <p>где $x_1(t) = y(t) + x(t)$, $x_2(t) = y(t) - x(t)$</p>
Частотный детектор (с расстроенными контурами)		$z(t) = z_1(t) - z_2(t),$ $z_i(t) = \int_{-\infty}^t G_i[y_i(\tau)] h_{Di}(t-\tau) d\tau,$ $y_i(t) = \int_{-\infty}^t x(\tau) h_i(t-\tau) d\tau, \quad i=1, 2.$

Примечания: 1. Импульсные характеристики линейного звена $h_B(t)$, $h_B^{(n)}(t)$, $h_{BN}(t)$, $h_{ПЧN}(t)$, $h_{ПЧN}(t)$, $h_1(t)$, $h_2(t)$ имеют вид (4.17) с частотой «заполнения» ω_0 , совпадающей с резонансной частотой соответствующего моделируемого фильтра.

2. Импульсные характеристики $h_{HN}(t)$, $h_D(t)$, $h_{Di}(t)$ соответствуют низкочастотным фильтрам.

мой АРУ, следует моделировать в виде последовательного соединения двух звеньев. Первое является безынерционным с коэффициентом передачи $K_{\text{ВО}}(u_{\text{АРУ}})$ или $K_{\text{ПО}}(u_{\text{АРУ}})$, нелинейно зависящим от напряжения схемы АРУ, второе звено — стационарным линейным с нормированной импульсной характеристикой $h_{\text{ВН}}(t)$ или $h_{\text{ТВ}}(t)$. Все эти параметры должны быть заданы.

В рамках метода несущей демодуляторы (детекторы) принято моделировать в виде тех структурных схем, которые имеют место на практике и хорошо известны в радиотехнике. Так, амплитудный детектор моделируют в виде последовательного соединения БНЗ с заданной нелинейной характеристикой $y=G(x)$ и низкочастотного ЛЗ с импульсной характеристикой $h_{\text{Д}}(t)$.

В процессе преобразований узкополосных сигналов в различных радиозвеньях иногда требуется выделить отдельно огибающую $E(t)$, фазу $\psi(t)$ и мгновенную частоту $\omega_{\text{МГН}}(t)$ этих сигналов. Здесь применяют специальные методы, в частности *метод преобразования Гильберта*. В этом случае на ЭВМ из узкополосного сигнала $u(t)=E(t)\cos[\omega_0 t - \psi(t)]$ с помощью преобразования Гильберта

$$v(t) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{u(\tau)}{\tau - t} d\tau$$

формируют ортогональный сигнал $v(t)=E(t)\sin[\omega_0 t - \psi(t)]$, а затем применяют формулу (3.39).

В рамках другого метода — *метода производных* — для получения огибающей фазы и мгновенной частоты применяют формулы (3.42), предварительно вычислив на ЭВМ производные $u'(t)$, $u''(t)$ узкополосного сигнала $u(t)$.

Если в модели рассчитаны огибающая и фаза, в качестве моделей демодуляторов могут быть выбраны идеализированные модели по методу комплексной огибающей (см. табл. 5.2).

Модель генераторов сигналов и помех. В наиболее общем случае приходится моделировать аддитивную смесь узкополосных сигналов, помех и шумов, описываемых соотношениями (3.33), (3.25), (3.27), (3.31), ко-

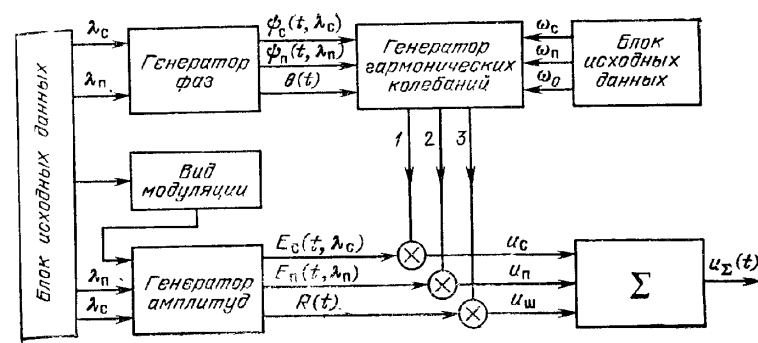


Рис. 4.4.

которые приводят нас к структурной схеме модели генератора смеси (рис. 4.4). Здесь в качестве исходных данных выступают информационные параметры сигнала $\lambda_c(t)$ и помехи $\lambda_n(t)$, а также вид модуляции. После формирования огибающих E_c , E_n , R и фаз ψ_c , ψ_n , θ и введения в гармонических колебаниях частот ω_c , ω_n и ω_0 с помощью сумматора вычисляется напряжение смеси (3.33).

Приведем примеры моделирования методом несущей на основе функциональных схем.

Пример 4.3. Пусть требуется сформировать математическую модель типового супергетеродинного приемника, с амплитудной модуляцией, упрощенная функциональная схема которого показана на рис. 4.5.

Проведем поблочное математическое моделирование этой схемы, приняв первый способ моделирования демодуляторов (см. табл. 4.3).

Модель генератора смеси примем в виде рис. 4.4. Остальные звенья прямой цепи (УВЧ, ПЧ, УПЧ, УНЧ, АД) можно описать с помощью математических моделей табл. 4.3 на основе переменного метода анализа линейных звеньев. Так, например, математическая модель УВЧ с резонансной частотой ω_0 соответствует последовательному соединению безынерционного усилителя с коэффициентом

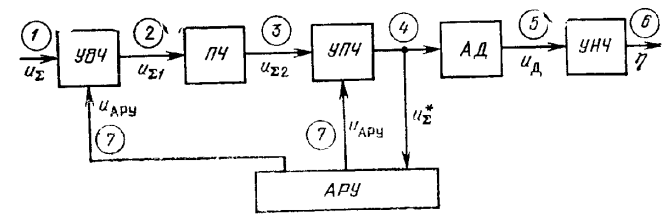


Рис. 4.5.

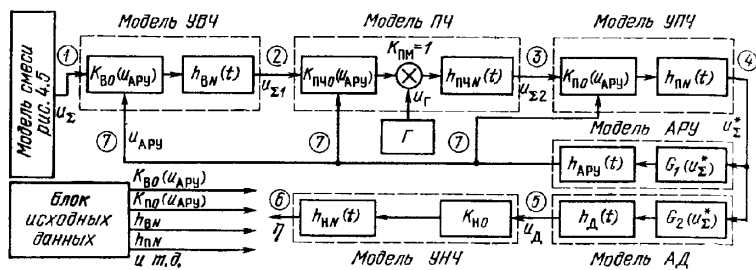


Рис. 4.6.

передачи $K_{\text{ВО}}(u_{\text{APY}})$, регулируемым напряжением АРУ в соответствии с заданной регулировочной кривой и линейного радиозвена с нормированной импульсной характеристикой $h_{\text{ВН}}(t) = h_{\text{В}}(t)/K_{\text{ВО}}$, имеющий вид радиоимпульса с огибающей $H_{\text{ВН}}(t)$ и заполнением частоты ω_0 :

$$h_{\text{ВН}}(t) = H_{\text{ВН}}(t) \cos[\omega_0 t + \varphi_{\text{В}}(t)]. \quad (4.17)$$

Математическая модель УПЧ аналогична, отличается лишь несущей частотой $\omega_{\text{ПЧ}}$ в импульсной характеристике $h_{\text{ПЧ}}(t)$ вида (4.17).

Математическая модель преобразователя частоты представляет собой последовательное соединение трех звеньев: безынерционного усилителя с $K_{\text{ПЧО}}(u_{\text{APY}})$, регулируемого АРУ (если необходимо); перемножителя с опорным напряжением гетеродина $u_{\text{Г}}(t) = E_{\text{Г}} \cos(\omega_{\text{Г}} t - \varphi_{\text{Г}})$, где $\omega_{\text{Г}} = \omega_0 + \omega_{\text{ПЧ}}$; линейного радиозвена с нормированной импульсной характеристикой $h_{\text{ПЧН}}(t)$, не отличающейся по структуре от $h_{\text{ПЧ}}(t)$.

Математическая модель амплитудного детектора (детектора) (табл. 4.3) является упрощенной моделью (без учета обратной связи) диодного детектора (рис. 3.4).

Цепь АРУ состоит из модели амплитудного детектора (табл. 4.3) и фильтра с импульсной характеристикой $h_{\text{APY}}(t)$.

В результате приходим к структурной схеме модели радиоприемника (рис. 4.6).

Литература: Основная [2, 3, 6, 8, 10, 38], дополнительная [4, 5, 7, 9, 12—14].

5. МЕТОД КОМПЛЕКСНОЙ ОГИБАЮЩЕЙ

Сущность метода комплексной огибающей сводится к замене радиозвена с узкополосными входными воздействиями моделью — эквивалентным низкочастотным (обычно комплексным и не всегда реализуемым) звеном

с входным воздействием в виде комплексной огибающей узкополосного сигнала. Метод комплексной огибающей применяется, как правило, при блочном моделировании на основе принципиальных схем в сочетании с методом укороченных дифференциальных уравнений и структурных и функциональных схем в сочетании с временными, спектральными и спектрально-временными методами описания преобразования комплексных огибающих сигналов и помех. Для моделирования методом комплексной огибающей разработан ряд способов математического описания звеньев, сигналов и помех. Применительно к задачам радиотехники этот метод был впервые разработан С. И. Евтяновым [11] на основе метода медленно меняющихся амплитуд Ван-дер-Поля.

5.1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ОГИБАЮЩИХ СИГНАЛОВ И ПОМЕХ

Для математического описания комплексных огибающих сигналов и помех широко используются векторные модели модулированных колебаний, хорошо известные в радиотехнике [4]. Рассмотрим в качестве примера векторную модель смеси (3.33), состоящую из сигнала (3.25), помехи (3.27) и шума (3.31). На основании формул (3.25) — (3.33) запишем

$$u_{\Sigma}(t) = \text{Re} \{ \dot{E}_c(t) \exp(j\omega_c t) \} + \text{Re} \{ \dot{E}_n(t) \exp(j\omega_n t) \} + \\ + \text{Re} \{ \dot{R}(t) \exp(j\omega_0 t) \} = \text{Re} \{ \dot{E}(t) \exp(j\omega_0 t) \}, \quad (5.1)$$

откуда следует связь комплексной огибающей смеси $\dot{E} = a - jb$ с комплексными огибающими радиосигнала $\dot{E}_n = a_n - jb_n$ и шума $\dot{R} = A - jB$:

$$\dot{E}(t) = a(t) - jb(t) = E(t) \exp(-j\psi(t)) = \\ = \dot{E}_c(t) \exp(j\Delta\omega_c t) + \\ + E_n(t) \exp(j\Delta\omega_n t) + \dot{R}(t) = \\ = \dot{E}_c(t) \exp\{j[\Delta\omega_c t - \psi_c(t)]\} + \\ + E_n(t) \exp\{j[\Delta\omega_n t - \psi_n(t)]\} + \\ + R(t) \exp -j\theta(t) = [a_c(t) + a_n(t) + \\ + A(t)] - j[b_c(t) + b_n(t) + B(t)], \quad (5.2)$$

где

$$\begin{aligned} \vec{b}(t) &= \vec{b}_c(t) + \vec{b}_n(t) + \vec{A}(t); \\ \vec{b}_c(t) &= E_c(t) \frac{\cos}{\sin} [\psi_c(t) - \Delta\omega_c t]; \\ \vec{b}_n(t) &= E_n(t) \frac{\cos}{\sin} [\psi_n(t) - \Delta\omega_n t]; \\ \vec{A}(t) &= R(t) \frac{\cos}{\sin} \theta(t) \end{aligned} \quad (5.3)$$

$$\vec{b}_c(t) = E_c(t) \frac{\cos}{\sin} [\psi_c(t) - \Delta\omega_c t];$$

$$\vec{A}(t) = R(t) \frac{\cos}{\sin} \theta(t)$$

— проекции векторов смеси, сигнала, помехи и шума;

$$\Delta\omega_c = \omega_c - \omega_0; \quad \Delta\omega_n = \omega_n - \omega_0 \quad (5.4)$$

— расстройки несущих частот.

Векторная модель смеси (5.1), полученная по формулам (5.2)—(5.4), представлена на рис. 5.1. Структурная схема модели смеси (5.1), построенная по алгоритмам (5.2), (5.3), показана на рис. 5.2 (на моделях подобного рода рекомендуется отмечать несущие частоты, к которым относятся конкретные комплексные огибающие). Для реализации модели на рис. 5.2 необходимо задать статистическую модель вектора шума в смеси. Рассмотрим в качестве примера одну из возможных статистических моделей вектора узкополосного гауссовского шума.

Пример 5.1. Как правило, узкополосный шум считают гауссовским с нормальным распределением его проекций A, B [7—9]. Так для стационарного гауссовского шума

$$p(A, B) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp \left[-\frac{(A^2 + B^2)}{2\sigma^2} \right],$$

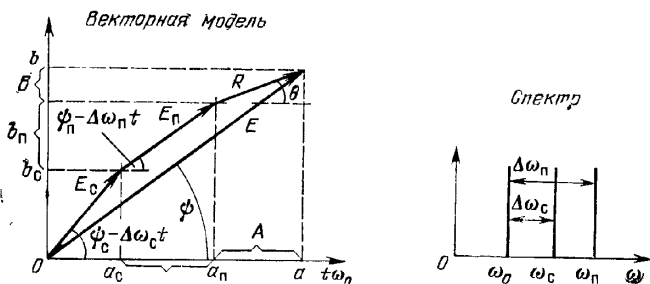


Рис. 5.1.

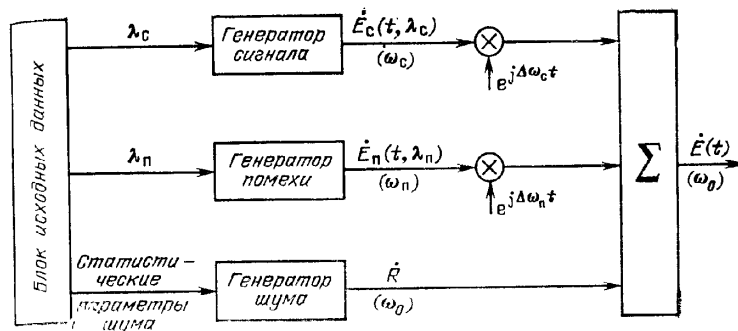


Рис. 5.2.

причем статистические свойства A и B описываются числовыми статистическими характеристиками $m_A = \langle A \rangle = m_B = \langle B \rangle = 0$; $D_A = \langle A^2 \rangle = D_B = \langle B^2 \rangle = \sigma^2$; $\rho_{AB} = \sigma^{-2} \langle AB \rangle = 0$. Задают также корреляционные характеристики проекций вектора шума [7—9]

$$r_A(\tau) = \langle AA_\tau \rangle = r_B(\tau) = \langle BB_\tau \rangle = \sigma^2 r_N(\tau);$$

$$r_{AB}(\tau) = \langle AB_\tau \rangle = -r_{BA}(\tau) = -\langle BA_\tau \rangle = \sigma^2 s_N(\tau),$$

которые связаны со спектральной плотностью шума $G_{ш}(f)$ соотношениями

$$\sigma^2 r_N(\tau) = \pm \int_0^\infty G_{ш}(f) \frac{\cos}{\sin} [2\pi(f - f_0)\tau] df.$$

Типовой характер функций $G_{ш}(f)$, $r_N(\tau)$, $s_N(\tau)$ показан на рис. 5.3.

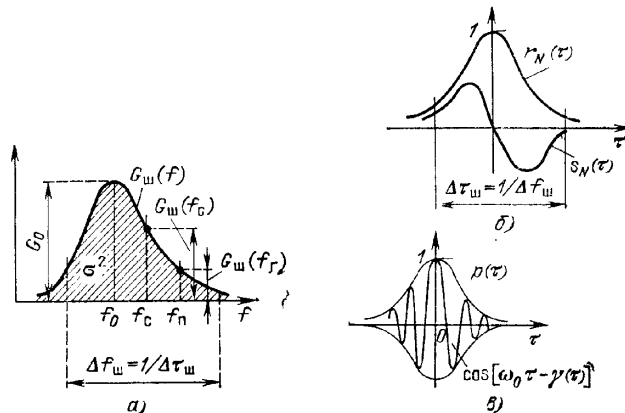


Рис. 5.3.

Корреляционные функции двух ортогональных гауссовских радиосигналов

$$u_{\text{ш}}(t) = R(t) \frac{\cos}{\sin} [\omega_0 t - \theta(t)] = A(t) \frac{\cos}{\sin} \omega_0 t \pm B(t) \frac{\sin}{\cos} \omega_0 t$$

выражаются через корреляционные функции проекций

$$r_{u_{\text{ш}}}(\tau) = \langle u_{\text{ш}} u_{\text{ш}\tau} \rangle = r_{v_{\text{ш}}}(\tau) = \langle v_{\text{ш}} v_{\text{ш}\tau} \rangle = \sigma^2 [r_N(\tau) \cos \omega_0 \tau + s_N(\tau) \sin \omega_0 \tau] = \sigma^2 \rho(\tau) \cos [\omega_0 \tau - \gamma(\tau)];$$

$$r_{u_{\text{ш}} v_{\text{ш}}}(\tau) = \langle u_{\text{ш}} v_{\text{ш}\tau} \rangle = -r_{v_{\text{ш}} u_{\text{ш}}}(\tau) = -\langle v_{\text{ш}} u_{\text{ш}\tau} \rangle = \sigma^2 [r_N(\tau) \sin \omega_0 \tau - s_N(\tau) \cos \omega_0 \tau] = \sigma^2 \rho(\tau) \sin [\omega_0 \tau - \gamma(\tau)],$$

где $\rho(\tau) = r^2_N(\tau) + s^2_N(\tau)^{1/2}$; $\gamma(\tau) = \arctg s_N(\tau)/r_N(\tau)$ — «амплитудная» и «фазовая» корреляционные функции проекций A , B . Корреляционная функция $r_{u_{\text{ш}}}(\tau)$ имеет вид радиопульса (рис. 5.3,б).

Функции $r_N(\tau)$, $\rho(\tau)$ всегда четные, а $s_N(\tau)$, $\gamma(\tau)$ — всегда нечетные.

Если эффективная ширина функций $G_{\text{ш}}(f)$ и $r_N(\tau)$ равны соответственно

$$\Delta f_{\text{ш}} = \frac{\sigma^2}{G_0} = \frac{\int_0^{\infty} G_{\text{ш}}(f) df}{G_{\text{ш}}(f_0)}; \quad \Delta \tau_{\text{ш}} = \int_{-\infty}^{\infty} r_N(\tau) d\tau,$$

то всегда соблюдается условие $\Delta f_{\text{ш}} \Delta \tau_{\text{ш}} = 1$. Если функция $G_{\text{ш}}(f)$ симметрична относительно f_0 , то $s_N(\tau) = \gamma(\tau) = 0$, $r_N(\tau) = \rho(\tau)$.

5.2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ РАДИОЗВЕНЬЕВ

Математическое описание стационарных линейных радиозвеньев. Всякое стационарное линейное радиозвено (с резонансной частотой ω_0) можно описать импульсной характеристикой $h(t)$, комплексной частотной характеристикой $K(j\omega)$ или линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами

$$\sum_{i=0}^n a_i y^{(i)}(t) = \sum_{j=0}^m b_j x^{(j)}(t), \quad m < n. \quad (5.5)$$

На основании любого из этих описаний можно построить эквивалентную модель методом комплексной огибающей. Так, распространен *временной метод*, сущность которого сводится к следующему. Пусть задано стационарное линейное радиозвено (рис. 5.4,а) с им-

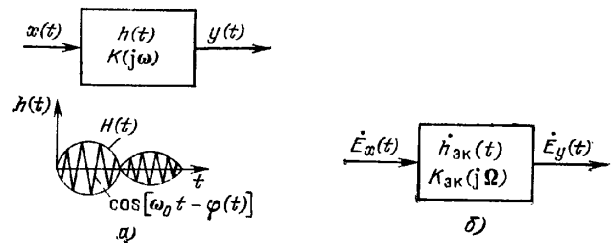


Рис. 5.4.

пульсной характеристикой

$$\begin{aligned} h(t) &= \text{Re} \{ \dot{H}(t) \exp(j\omega_0 t) \} = \\ &= \text{Re} \{ H(t) \exp \{ j[\omega_0 t - \varphi(t)] \} \} = \\ &= H(t) \cos [\omega_0 t - \varphi(t)], \end{aligned} \quad (5.6)$$

где ω_0 — резонансная частота радиозвена и введена комплексная огибающая импульсной характеристики

$$\dot{H}(t) = H(t) \exp[-j\varphi(t)] = h_c(t) - j h_s(t), \quad (5.7)$$

$$h_s(t) = \frac{\text{Re}}{\text{Im}} \{ \dot{H}(t) \} = H(t) \frac{\cos}{\sin} \varphi(t). \quad (5.8)$$

Входной и выходной радиосигналы представим в виде узкополосных колебаний несущей частоты ω_c :

$$x(t) = \text{Re} \{ E_x(t) \exp \{ j[\omega_c t - \psi_x(t)] \} \}; \quad (5.9)$$

$$y(t) = \text{Re} \{ E_y(t) \exp \{ j[\omega_c t - \psi_y(t)] \} \}.$$

Подстановка (5.9) в (3.19) приводит нас к интегралу Дюамеля (интегралу свертки) для комплексных огибающих

$$\begin{aligned} E_y(t) &= \dot{E}_x(t) \nabla \dot{h}_{\text{эк}}(t) = \int_0^{\infty} \dot{E}_x(t - \tau) \dot{h}_{\text{эк}}(\tau) d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^t \dot{E}_x(\tau) \dot{h}_{\text{эк}}(t - \tau) d\tau. \end{aligned} \quad (5.10)$$

Здесь

$$\dot{h}_{\text{эк}}(t) = h(t) \exp(-j\omega_c t) \quad (5.11)$$

— комплексная импульсная характеристика модели — эквивалентного низкочастотного звена (рис. 5.4,б).

Покажем связь (5.11) и (5.7), для чего подставим (5.6) в (5.10) и воспользуемся формулой

$$\operatorname{Re} \dot{u} = 0,5(\dot{u} + \dot{u}^*). \quad (5.12)$$

Тогда придем к решению

$$\begin{aligned} \dot{h}_{\text{ЭК}}(t) &\approx \frac{1}{2} \dot{H}(t) \exp(-j\Delta\omega_c t) = \\ &= \frac{1}{2} H(t) \exp\{-j[\Delta\omega_c t + \varphi(t)]\} = h_{\text{ЭК}c}(t) - jh_{\text{ЭК}s}(t), \end{aligned} \quad (5.13)$$

где введены квадратурные составляющие

$$h_{\text{ЭК}c}(t) = \frac{1}{2} H(t) \frac{\cos}{\sin} [\Delta\omega_c t + \varphi(t)]. \quad (5.14)$$

Комплексную модель линейного радиозвена (рис. 5.4,б) обычно разбивают на действительную и мнимую части. Для этого, положив

$$\dot{E}_x = a_x - j b_x; \quad \dot{E}_y = a_y - j b_y, \quad (5.15)$$

из (5.10), (5.13) находим

$$a_y(t) = \int_0^\infty a_x(t-\tau) h_{\text{ЭК}c}(\tau) d\tau - \int_0^\infty b_x(t-\tau) h_{\text{ЭК}s}(\tau) d\tau; \quad (5.16)$$

$$b_y(t) = \int_0^\infty a_x(t-\tau) h_{\text{ЭК}s}(\tau) d\tau + \int_0^\infty b_x(t-\tau) h_{\text{ЭК}c}(\tau) d\tau.$$

Алгоритмы (5.16) соответствуют модели эквивалентного звена в виде комплексного фильтра (рис. 5.5), которая обычно и используется при моделировании линейных стационарных радиозвеньев методом комплексной огибающей.

Применяют также *спектральный метод*, сущность которого сводится к следующему. В соответствии с теоремой сдвига преобразования Фурье [4], если преобразование Фурье для $h(t)$ равно $K(j\omega)$, то для функции $h_{\text{ЭК}}(t) = h(t) \exp(-j\omega_c t)$ оно равно

$$\begin{aligned} K_{\text{ЭК}}(j\Omega) &= K[j(\omega_c + \Omega)] = \\ &= K[j(\omega_0 + \Delta\omega_c + \Omega)]. \end{aligned} \quad (5.17)$$

Это означает, что операторному уравнению стационарного линейного радиозвена (рис. 5.4,а) $y(t) = K(j\omega)x(t)$

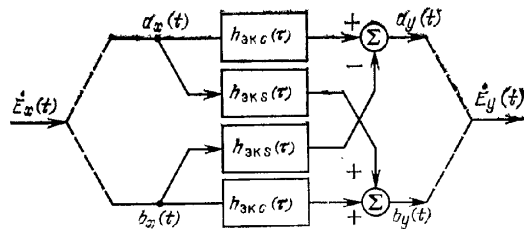


Рис. 5.5.

соответствует операторное уравнение модели эквивалентного звена для комплексных огибающих (рис. 5.4,б)

$$\dot{E}_y(t) = K_{\text{ЭК}}(j\Omega) \dot{E}_x(t).$$

Аналогично можно получить операторные уравнения по Лапласу

$$y(t) = K(p)x(t); \quad \dot{E}_y(t) = K_{\text{ЭК}}(s)\dot{E}_x(t), \quad (5.18)$$

где $p = j\omega$; $s = j\Omega$;

$$\begin{aligned} K_{\text{ЭК}}(s) &= K(p_0 + \Delta p_c + s), \\ p_0 &= j\omega_0; \quad \Delta p_c = j\omega_c. \end{aligned} \quad (5.19)$$

Получение передаточной функции (5.19) или ее аналога (5.17) является главной задачей при моделировании. Для их нахождения разработан ряд способов.

Способ подстановки в точное решение для $K(p)$. Пусть передаточная функция моделируемого радиозвена имеет вид

$$K(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{\sum_{j=0}^m b_j p^j}{\sum_{i=0}^n a_i p^i}. \quad (5.20)$$

Подставим в нее в соответствии с (5.19)

$$p = s + p_s, \quad p_s = p_0 + \Delta p_c = j\omega_c = j(\omega_0 + \Delta\omega_c). \quad (5.21)$$

Тогда

$$K_{\text{ЭК}}(s) = K(p = s + p_s) = \frac{B(s + p_s)}{A(s + p_s)} = \frac{B_{\text{ЭК}}(s)}{A_{\text{ЭК}}(s)}. \quad (5.22)$$

Применив разложения (по биному Ньютона) и используя соотношения

$$\sum_{l=0}^n a_l \sum_{\mu=0}^l d_{l,\mu} s^\mu = \sum_{l=0}^n g_l s^l, \quad g_l = \sum_{k=l}^n d_{k,l} a_k,$$

найдем по формуле (5.22)

$$K_{\text{эк}}(s) = \sum_{l=0}^m B_l(p_s) s^l \left/ \sum_{k=0}^n A_k(p_s) s^k, \quad m < n. \quad (5.23) \right.$$

Здесь

$$A_k(p_s) = \sum_{\mu=k}^n C_\mu^k p_s^{\mu-k} a_\mu; \quad (5.24)$$

$$B_l(p_s) = \sum_{\nu=l}^m C_\nu^l p_s^{\nu-l} b_\nu.$$

Решению (5.23) соответствует точное решение для комплексной частотной характеристики модели эквивалентного звена на рис. 5.4,б

$$K_{\text{эк}}(j\Omega) = \frac{\sum_{l=0}^m B_l[j(\omega_0 + \Delta\omega_c)] (j\Omega)^l}{\sum_{k=0}^n A_k[j(\omega_0 + \Delta\omega_c)] (j\Omega)^k}. \quad (5.25)$$

Это также дробно-рациональная функция, но с комплексными коэффициентами.

Способ предварительного упрощения передаточной функции моделируемого радиозвена. Сущность его рассмотрим на двух примерах.

Рассмотрим в качестве примера эквивалентную схему резонансного усилителя на одиночном параллельном колебательном контуре (рис. 5.6,а). Введя комплексное сопротивление контура $\dot{Z}_k(\omega)$, сделав допущение $r_i \gg \gg |\dot{Z}_k(\omega)|$ и введя крутизну электронного прибора $S = \mu/r_i$, запишем решение для комплексной частотной характеристики усилителя [4]

$$K(j\omega) \approx S \dot{Z}_k(\omega) = \frac{S(r + j\omega L)}{1 + j\omega Cr + (j\omega)^2 LC}, \quad (5.26)$$

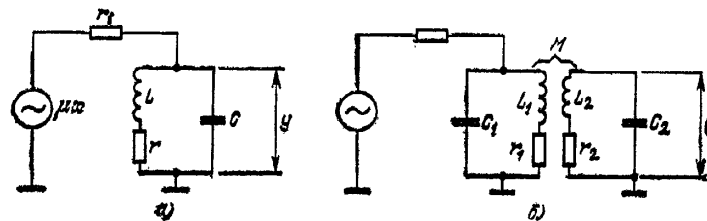


Рис. 5.6.

которое соответствует передаточной функции (5.20), где $b_0 = Sr$, $b_1 = SL$, $b_2 = b_3 = \dots = 0$; $a_0 = 1$, $a_1 = rC$, $a_2 = LC$, $a_3 = \dots = 0$. Введя параметры

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad \delta = \omega_0 r C = \frac{r}{\omega_0 L} = \frac{r}{\sqrt{LC}} = \frac{r}{\rho} = \frac{1}{Q} \ll 1;$$

$$K(j\omega_0) = K_0 = S\omega_0 L \frac{(\delta + j)}{j\delta} \approx \frac{S\omega_0 L}{\delta} = SZ_{\text{рез}} = \frac{S\rho^2}{r},$$

упростим решение (5.26):

$$K_N(j\omega) = \frac{K(j\omega)}{K_0} = \frac{\delta(\delta + j\omega/\omega_0)}{1 + \delta(j\omega/\omega_0) + (j\omega/\omega_0)^2}. \quad (5.27)$$

Введем расстройку частоты $\Omega = \omega - \omega_0$. Считая величины Ω/ω_0 и δ одного порядка малости получаем приближенное решение

$$K_N(j\omega) = K_N(j\alpha) = 1/(1 + j\alpha), \quad (5.28)$$

где

$$\alpha = \alpha(\Omega) = 2\Omega/\delta\omega_0 = 2Q(\omega - \omega_0)/\omega_0 \quad (5.29)$$

— обобщенная расстройка [4]. Решению (5.28) соответствует упрощенная передаточная функция

$$K_N(p) \approx [1 + 2(Q/\omega_0)(p - p_0)]^{-1}. \quad (5.30)$$

Применив (5.19), получим приближенное решение для передаточной функции модели

$$K_{\text{эк}N}(s) = K_N(p = p_0 + \Delta p_s + s) \approx \frac{B_0(\Delta p_s)}{1 + A_1(\Delta p_s)s}, \quad (5.31)$$

где

$$B_0(\Delta p_s) = \left(1 + 2\frac{Q}{\omega_0} \Delta p_s\right)^{-1};$$

$$A_1(\Delta p_s) = 2\frac{Q}{\omega_0} \left(1 + 2\frac{Q}{\omega_0} \Delta p_s\right)^{-1}.$$

Полученное решение является частным случаем общего решения (5.23). Передаточная функция (5.31) называется *укороченной передаточной функцией* радиозвена.

Для схемы резонансного усилителя на полосовом фильтре (рис. 5.6,б) при одинаковых и одинаково настроенных контурах, когда

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}}, \quad \delta = \omega_0 C_1 r_1 = \omega_0 C_2 r_2;$$

$$\frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \beta \delta; \quad K(j\omega_0) = K_0 = \frac{S\omega_0 M}{\delta^2 (1 + \beta^2)},$$

можно получить точное решение

$$K_N(j\omega) = \frac{K(j\omega)}{K_0} = \frac{\delta^2 (1 + \beta^2) (j\omega/\omega_0)}{[(j\omega/\omega_0)^2 + \delta (j\omega/\omega_0) + 1]^2 - \delta^2 \beta^2 (j\omega/\omega_0)^4}. \quad (5.32)$$

Это также дробно-рациональная комплексная частотная характеристика вида (5.20) при $m=1, n=4$. Используя тот же прием упрощения, мы приходим к решению [4, 11]

$$K_N(j\omega) = K_N(j\alpha, \beta) \approx -\frac{(1 + \beta^2)}{(1 + j\alpha)^2 + \beta^2}, \quad (5.33)$$

где α — обобщенная расстройка, определяемая (5.29).

Применив (5.19), снова получим укороченную комплексную частотную характеристику эквивалентного звена вида (5.25) при $m=0, n=2$, но с комплексными коэффициентами

$$B_0(j\Delta\omega_c) = -j(1 + \beta^2)M(j\Delta\omega_c);$$

$$A_1(j\Delta\omega_c) = 2 \frac{Q}{\omega_0} \left(1 + \frac{Q}{\omega_0} j\Delta\omega_c\right) M(j\Delta\omega_c),$$

$$A_2(j\Delta\omega_c) = \left(\frac{Q}{\omega_0}\right)^2 M(j\Delta\omega_c),$$

$$M(j\Delta\omega_c) = \left[1 + 2 \frac{Q}{\omega_0} j\Delta\omega_c + \left(\frac{Q}{\omega_0}\right)^2 (j\Delta\omega_c)^2\right]^{-1}.$$

Способ укороченных уравнений. В 1948 г. С. И. Евтяновым [11] был предложен приближенный способ нахождения укороченных передаточных функций линейных радиозвеньев, для которых комплексная частотная характеристика имеет вид

$$K(j\omega) = \delta \frac{P(j\omega, \delta)}{Q(j\omega, \delta)}, \quad (5.34)$$

где δ — малый параметр, а P, Q — полиномы произвольного вида. Сущность метода Евтянова заключается в разложении функций $P(j\omega, \delta), Q(j\omega, \delta)$ в ряд Тейлора около точки $j\omega_0$ и в ряд Маклорена вокруг точки $\delta=0$ с дальнейшим удержанием в разложениях членов не выше второго порядка малости.

Способ укорочения дифференциальных уравнений для комплексных огибающих. Метод комплексной огибающей можно применять и при описании моделирующего радиозвена с помощью дифференциального уравнения (5.5), которое можно записать в операторной форме

$$\sum_{k=0}^n a_k(j\omega)^k y(t) = \sum_{l=0}^m b_l(j\omega)^l x(t), \quad m < n.$$

Представляя $x(t)$ и $y(t)$ в виде (5.9) и используя формулу Лейбница, нетрудно прийти к решению

$$\sum_{k=0}^n A_k [j(\omega_0 + \Delta\omega_c)] \mathring{E}_y^{(k)}(t) = \sum_{l=0}^m B_l [j(\omega_0 + \Delta\omega_c)] \mathring{E}_x^{(l)}(t), \quad (5.35)$$

которое в точности соответствует решению (5.25).

Точные дифференциальные уравнения (5.35) можно укорачивать, если использовать условие медленности изменения комплексной огибающей

$$\mathring{E}^{(1)}(t) \sim \delta \omega_0 \mathring{E}(t), \quad \mathring{E}^{(2)}(t) \sim \delta^2 \omega_0^2 \mathring{E}(t), \dots, \quad (5.36)$$

где δ — величина первого порядка малости. Подставив в (5.35) формулы (5.15) и разбив комплексные коэффициенты A_k, B_l на действительные и мнимые части, можно получить два линейных дифференциальных уравнения с действительными коэффициентами для нахождения решений $a_y(t), b_y(t)$ на выходе комплексного фильтра вида, приведенного на рис. 5.5.

Математическое описание нестационарных линейных радиозвеньев. Здесь обычно применяется два метода описания: временной и метод дифференциальных уравнений.

При использовании *временного* метода находим обобщенное уравнение Дюамеля для комплексных огибающих на выходе и входе эквивалентной модели нестационарного линейного радиозвена, подставив (5.9) в

(3.19a):

$$\begin{aligned} \dot{E}_y(t) &= \int_0^{\infty} \dot{E}_x(t-\tau) \dot{h}_{\text{ЭК}}(t, \tau) d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^t \dot{E}_x(\tau) \dot{h}_{\text{ЭК}}(t, t-\tau) d\tau, \end{aligned} \quad (5.37)$$

с комплексной импульсной характеристикой

$$\dot{h}_{\text{ЭК}}(t, \tau) = h(t, \tau) \exp(-j\omega_c \tau). \quad (5.38)$$

Используя (5.15), можно прийти к модели комплексного фильтра типа, приведенного на рис. 5.5, но с нестационарными импульсными характеристиками $\dot{h}_{\text{ЭК}}(t, \tau)$.

Используя метод дифференциальных уравнений, можно получить точное решение дифференциального уравнения для комплексных огибающих $\dot{E}_y(t)$ и $\dot{E}_x(t)$, взяв за основу уравнение вида (3.15) и формулы (5.9), которое после применения формулы Лейбница, принимает вид

$$\sum_{k=0}^n A_k(t, j\omega_c) \dot{E}_k^{(k)}(t) = \sum_{l=0}^m B_l(t, j\omega_c) \dot{E}_x^{(l)}(t). \quad (5.39)$$

Здесь введены комплексные коэффициенты

$$A_k(t, j\omega_c) = \sum_{\mu=k}^n C_{\mu}^k (j\omega_c)^{\mu-k} a_{\mu}(t); \quad (5.40)$$

$$B_l(t, j\omega_c) = \sum_{\nu=l}^m C_{\nu}^l (j\omega_c)^{\nu-l} b_{\nu}(t).$$

5.3. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ БЕЗЫНЕРЦИОННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ РАДИОЗВЕНЬЕВ

Одноканальные радиозвенья. *Безынерционным радиозвеном* (БНРЗ) назовем звено из последовательно соединенных произвольного безынерционного нелинейного звена (БНЗ) $y=G(x)$ и «формирующего» звена (ФЗ), пропускающего без искажения (с единичным усилением) k -ю полосу биений, расположенную вокруг k -й гармоники $k\omega_c$ несущей частоты входного радиосигнала

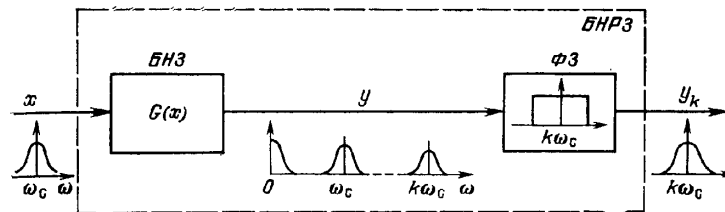


Рис. 5.7.

(рис. 5.7). При $k=0$ имеем БНРЗ типа детектора, при $k=1$ — нелинейный усилитель или полосовой ограничитель, при $k \geq 2$ — множитель частоты.

Если входной сигнал постулировать как

$$x(t) = \text{Re}\{\dot{E}_x(t) \exp(j\omega_c t)\} = E_x(t) \cos \Phi_x(t), \quad (5.41)$$

то выходной сигнал БНРЗ при $k \geq 1$ можно записать в виде

$$\begin{aligned} y_k(t) &= \text{Re}\{\dot{E}_{y_k}(t) \exp(jk\omega_c t)\} = \\ &= E_{y_k}(t) \cos \Phi_{y_k}(t), \end{aligned} \quad (5.42)$$

где полные фазы

$$\begin{aligned} \Phi_x(t) &= \omega_c t - \psi_x(t); \\ \Phi_{y_k}(t) &= k\omega_c t - \psi_{y_k}(t). \end{aligned} \quad (5.43)$$

Совершенно очевидно, что для описания реального БНРЗ (рис. 5.8,а) можно применить моделирование методом комплексной огибающей (рис. 5.8,б). Определение алгоритмов преобразования комплексной огибающей $\dot{E}_x(t)$ в модели БНРЗ — основная задача моделирования. Для этого широко используют методы статистической радиотехники [7—9], в частности метод огибающей и фазы [13] и метод контурных интегралов [14].

Рассмотрим сущность *метода огибающей и фазы*. Если на БНЗ $y=G(x)$ подан узкополосный сигнал (5.41), то его выходной сигнал можно представить в виде обобщенного ряда Фурье

$$y(t) = G\{E_x(t) \cos \Phi_x(t)\} = G(E \cos \Phi) \approx y_0(t) + \sum_{k=1}^n y_k(t) =$$

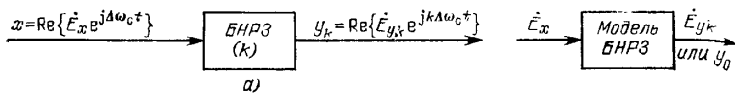


Рис. 5.8.

$$= L_0(E) + \sum_{k=1}^n L_k(E) \cos k\Phi,$$

где

$$L_0(E) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} G(E \cos \Phi) d\Phi; \quad (5.44)$$

$$L_k(E) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} G(E \cos \Phi) \cos k\Phi d\Phi.$$

Полученное разложение имеет полосовую структуру, так что на выходе БНРЗ (рис. 5.7)

$$\begin{aligned} y_0(t) &= L_0[E_x(t)]; \quad y_h(t) = \\ &= L_h[E_x(t)] \cos k[\omega_c t - \psi_x(t)], \quad k \geq 1. \end{aligned} \quad (5.45)$$

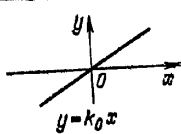
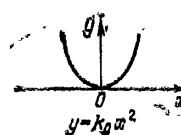
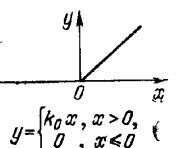
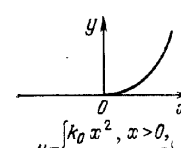
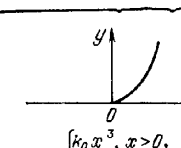
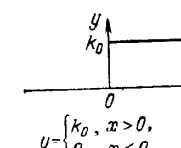
Сравнение (5.45) и (5.42) дает необходимые алгоритмы преобразования комплексной огибающей в модели на рис. 5.8,б

$$\dot{E}_{y_k}(t) = E_{y_k}(t) \exp[-j\psi_{y_k}(t)], \quad (5.46)$$

$$E_{y_k}(t) = L_k[E_x(t)], \quad k \geq 0; \quad \psi_{y_k}(t) = k\psi_x(t), \quad k \geq 1.$$

Коэффициенты (5.44) для некоторых типов нелинейностей приведены в табл. 5.1.

Сущность метода контурных интегралов [14] сводится к следующему. Здесь нелинейная характеристика $y = G(x)$ представляется в виде обратного преобразова-

Тип нелинейного звена	$y = G(x)$	$L_0(E)$	$L_1(E)$	$L_2(E)$
Линейный усилитель		0	$k_0 E$	0
Квадратор		$\frac{1}{2} k_0 E^2$	0	$\frac{1}{2} k_0 E^2$
Однополупериодный детектор: линейный		$\frac{1}{\pi} k_0 E$	$k_0 E$	$\frac{4}{3\pi} k_0 E$
квадратичный		$\frac{1}{4} k_0 E^2$	$\frac{4}{3\pi} k_0 E^2$	$\frac{1}{4} k_0 E^2$
кубичный		$\frac{5}{6\pi} k_0 E^3$	$\frac{3}{8} k_0 E^3$	$\frac{5}{6\pi} k_0 E^3$
Идеальный ограничитель		$\frac{1}{2} k_0$	$\frac{2}{\pi} k_0$	0

ния Лапласа от некоторого изображения $g(p)$:

$$y = G(x) = \frac{1}{j2\pi} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} g(p) \exp(px) dp, \quad x > 0; \quad p = \sigma + j\omega. \quad (5.47)$$

Постулируя входной сигнал в виде $x = E \cos \Phi$, из формулы (5.47) имеем

$$y(t) = \frac{1}{j2\pi} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} g(p) \exp[pE(t) \cos \Phi(t)] dp. \quad (5.48)$$

Используя известное разложение по модифицированным функциям Бесселя $I_k(z)$, получаем:

$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} y_k(t) = \sum_{k=0}^{\infty} M_k [E(t)] \cos k\Phi(t), \quad (5.49)$$

где

$$M_k(E) = \frac{\varepsilon_k}{j2\pi} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} g(p) I_k(pE) dp, \quad (5.50)$$

$\varepsilon_k = 1$ при $k=0$ и $\varepsilon_k = 2$ при $k > 0$.

Структура (5.49) является полосовой и позволяет записать выходной сигнал модели БНРЗ (рис. 5.8,б) в виде

$$\dot{E}_{y_k}(t) = E_{y_k}(t) \exp[-j\psi_{y_k}(t)], \quad (5.51)$$

$$E_{y_k}(t) = M_k [E_x(t)], \quad k \geq 0; \quad \psi_{y_k}(t) = k\psi_x(t), \quad k \geq 1.$$

Решения (5.51) и (5.46), полученные двумя различными методами, совпадают по структуре.

Для однополупериодной нелинейной характеристики ν -й степени без отсечки

$$y = G(x) = \begin{cases} k_0 x^\nu, & x > 0, \\ 0, & x < 0; \end{cases} \quad g(p) = \frac{k_0 \Gamma(\nu+1)}{p^{\nu+1}},$$

(где $\Gamma(z)$ — гамма-функция) коэффициенты (5.50) легко найти [14]

$$M_k(E) = k_0 c(\nu, k) E^\nu, \quad (5.52)$$

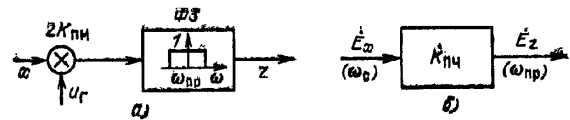


Рис. 5.9.

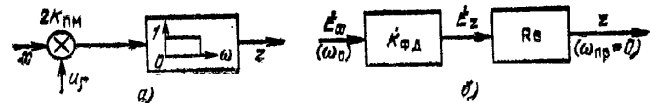


Рис. 5.10.

где

$$c(\nu, k) = \frac{\varepsilon_k \Gamma(\nu+1)}{2^{\nu+1} \Gamma\left(1 - \frac{k-\nu}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{k+\nu}{2}\right)}, \quad (5.53)$$

Из приведенных соотношений можно записать алгоритмы модели на рис. 5.8,б для детекторов ν -й степени без отсечки

$$y_0(t) = k_0 c(\nu, 0) E_x^\nu(t) = k_0 \frac{\Gamma(\nu+1)}{2^{\nu+1} \Gamma^2(1 + \nu/2)} E_x^\nu(t). \quad (5.54)$$

Двухканальные радиозвенья. В современной радиотехнике весьма распространены двухканальные БНРЗ с множителем на входе типа преобразователя частоты (рис. 5.9,а), фазового дискриминатора типа коррелятора (рис. 5.10,а) и др. Пусть в обеих схемах входной радиосигнал и напряжение гетеродина соответствует узкополосным сигналам

$$x(t) = \text{Re} \{ \dot{E}_x(t) \exp(j\omega_c t) \}, \quad u_\Gamma(t) = \text{Re} \{ \dot{E}_\Gamma(t) \exp(j\omega_\Gamma t) \}.$$

Тогда, введя промежуточную частоту $\omega_{ПЧ} = \omega_c - \omega_\Gamma$ для выходного напряжения преобразователя частоты (рис. 5.9,а), получим решение

$$z(t) = \text{Re} \{ \dot{E}_z(t) \exp(j\omega_{ПЧ} t) \}, \quad (5.55)$$

$$\dot{E}_z(t) = \dot{E}_x(t) \dot{K}_{ПЧ}(t), \quad \dot{K}_{ПЧ}(t) = K_{ПМ} \dot{E}_\Gamma^*(t),$$

где $2K$ — коэффициент передачи перемножителя. Алгоритму (5.55) соответствует модель преобразователя частоты на рис. 5.9,б.

Аналогично, считая, что $\omega_{\text{пр}} \rightarrow 0$, находим решение для выходного напряжения фазового дискриминатора (рис. 5.10,а)

$$z(t) = \text{Re} [\dot{E}_z(t)], \quad (5.56)$$

$$\dot{E}_z(t) = \dot{E}_z(t) K_{\text{Фд}}(t), \quad K_{\text{Фд}}(t) = K_{\text{ГМ}} \dot{E}_r^*(t) \exp [j(\omega_0 - \omega_r) t].$$

Алгоритмам (5.56) соответствует модель фазового дискриминатора на рис. 5.10,б.

5.4. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ИНЕРЦИОННЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ РАДИОЗВЕНЬЕВ

Функциональные инерционные нелинейные радиозвенья. К таким радиозвеньям относят звенья двух типов: радиозвено из последовательно включенных БНРЗ (рис. 5.7) любого из вышеописанных типов и линейного звена (ЛЗ), настроенного на k -ю полосу ($k\omega_c$) и дополнительно фильтрующего колебание $y_h(t)$;

типичное радиозвено, отличающееся от радиозвена первого типа наличием дополнительного резонансного ЛЗ на входе, настроенного на частоту ω_c . Математическое описание подобных радиозвеньев производится параллельно с описанием каждого из звеньев вышеописанными методами.

Нефункциональные инерционные нелинейные радиозвенья. Здесь можно использовать лишь дифференциальное уравнение моделируемого радиозвена, полученное на основе либо принципиальной, либо функциональной (или структурной) схемы. В дальнейшем любым методом стремятся получить укороченное дифференциальное уравнение для комплексной огибающей. Это позволяет составить модель радиозвена с алгоритмами (5.51), но в виде дифференциальных уравнений. Приведем два метода получения укороченных дифференциальных уравнений.

Метод медленно меняющихся амплитуд (метод Ван-дер-Поля) [10]. Проиллюстрируем сущность метода на примере дифференциального уравнения нелинейного ра-

диозвена второго порядка

$$y'' + \omega_c^2 y = f(y, y', x, x'). \quad (5.57)$$

Постулируем $x=x(t)$, $y=y(t)$ в виде (5.9) и составим производные

$$\begin{aligned} x &= \text{Re} \{ \dot{E}_x \exp(j\omega_c t) \}, \quad x' = \text{Re} \{ (\dot{E}_x' + j\omega_c \dot{E}_x) \exp(j\omega_c t) \}; \\ y &= \text{Re} \{ \dot{E}_y \exp(j\omega_c t) \}, \quad y' = \text{Re} \{ (\dot{E}_y' + j\omega_c \dot{E}_y) \exp(j\omega_c t) \}, \\ y'' &= \text{Re} \{ (\dot{E}_y'' + 2j\omega_c \dot{E}_y' - \omega_c^2 \dot{E}_y) \exp(j\omega_c t) \}. \end{aligned} \quad (5.58)$$

Подставив (5.58) в (5.57), применив (5.12) и умножив обе части уравнения на $\exp(-j\omega_c t)$, получим:

$$\begin{aligned} \dot{E}_y'' + 2j\omega_c \dot{E}_y' &= 2 \exp(-j\omega_c t) f(y, y', x, x') + \\ &+ (\dot{E}_y'' + j2\omega_c \dot{E}_y')^* \exp(-j2\omega_c t). \end{aligned} \quad (5.59)$$

Сущность метода заключается в первую очередь в устранении высокочастотных множителей $\exp(-j\omega_c t) = \cos \omega_c t - j \sin \omega_c t$. Для этого обе части уравнения усредняются по периоду $T_c = 2\pi/\omega_c$, причем комплексные огибающие \dot{E}_x , \dot{E}_y и их производные \dot{E}_x' , \dot{E}_y' , \dot{E}_y'' считаются постоянными на периоде T_c ввиду их медленного изменения во времени. При таком усреднении второе слагаемое в правой части уравнения (5.59) со второй гармоникой $\exp(-j2\omega_c t)$ исчезает и мы приходим к дифференциальному уравнению для комплексных огибающих

$$\dot{E}_y'' + j2\omega_c \dot{E}_y' + (\omega_0^2 - \omega_c^2) \dot{E}_y = P(\dot{E}_y, \dot{E}_y', \dot{E}_x, \dot{E}_x'). \quad (5.60)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \tilde{P}_1(\dot{E}_y, \dot{E}_y', \dot{E}_x, \dot{E}_x') &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-j\Phi) f(y, y', x, x') d\Phi = \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-j\Phi) f \{ \text{Re} [\dot{E}_y \exp(j\Phi)] \}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Re} [(\dot{E}_y' + j\omega_c \dot{E}_y) \exp(j\Phi)], \quad \text{Re} [\dot{E}_x \exp(j\Phi)], \\ \text{Re} [(\dot{E}_x' + j\omega_c \dot{E}_x) \exp(j\Phi)] \} d\Phi. \end{aligned} \quad (5.61)$$

Подставив (5.15) в (5.60) и отделив действительную и мнимые части, получим дифференциальные уравнения для проекций $a_y(t)$, $b_y(t)$ вектора $\dot{E}_y(t)$.

Укорочение дифференциального уравнения (5.60) производится путем использования соотношений (5.36).

Например, пренебрегая в (5.60) второй производной \dot{E}_y'' , получим укороченное дифференциальное уравнение первого порядка

$$\dot{E}_y' + a_y \dot{E}_y = b_y P(\dot{E}_y, \dot{E}_y', \dot{E}_x, \dot{E}_x').$$

Для уравнения вида (5.57) Р. Л. Стратонович [10] предложил другой прием перехода к укороченным дифференциальным уравнениям для амплитуды E_y и фазы ψ_y . Для этого целесообразно использовать выражения

$$EE' = u'(u'' + \omega_0^2 u), E = (u^2 + \omega_0^{-2} u'^2)^{1/2}; \\ \psi' E^2 \omega_0 = u(u'' + \omega_0^2 u); \psi = \omega_0 t + \arctg(u'/\omega_0 u).$$

Тогда из (5.57) получим

$$E_y' = y'(y'' + \omega_c^2 y) / \omega_c^2 E_y = f(y, y'; x, x') y' / \omega_c^2 E_y; \\ \psi_y' = y(y'' + \omega_c^2 y) / \omega_c E_y^2 = f(y, y'; x, x') / \omega_c E_y^2, \quad (5.62)$$

где

$$y = E_y \cos(\omega_c t - \psi_y), y' = -\omega_c E_y \sin(\omega_c t - \psi_y); \\ x = E_x \cos(\omega_c t - \psi_x), x' = -\omega_c E_x \sin(\omega_c t - \psi_x). \quad (5.63)$$

Дальнейшее решение проводится путем усреднения (по $\Phi = \omega_c t$) правой части уравнений (5.62). Тогда получаем два нелинейных дифференциальных уравнения первого порядка

$$E_y' = F_1(E_y, E_x; \psi_y, \psi_x; \omega_c); \psi_y' = F_2(E_y, E_x, \psi_y, \psi_x; \omega_c). \quad (5.64)$$

Метод линеаризации по флюктуациям. Это разновидность метода малых нелинейностей, разработанная специально для радиозвеньев.

Пусть задано нефункциональное инерционное нелинейное радиозвено, описываемое дифференциальным уравнением вида

$$\sum_{k=0}^n a_k y^{(k)}(t) = \sum_{l=0}^m b_l \frac{d^l}{dt^l} \{G[x(t) - Dy(t)]\}, \quad (5.65)$$

или в операторной форме

$$A_t y - B_t G(x - Dy) = 0. \quad (5.66)$$

Входной и выходной сигналы постулируем в виде (5.41), (5.42) с малыми амплитудными и фазовыми флюктуациями:

$$x(t) = A [1 + \mu(t)] \cos[\omega_c t - \psi(t)];$$

$$y(t) = y_h(t) = B_h [1 + v_h(t)] \cos[k\omega_c t - \psi_h(t)]. \quad (5.67)$$

«Малость» флюктуаций и их «медленность» означает, что $|\mu(t)| \ll 1$, $\mu' \ll \omega_c \mu$; $|v_h(t)| \ll 1$, $v_h' \ll \omega_c v_h$; $\psi' \ll \omega_c \psi$, $\psi_h' \ll \omega_c \psi_h$. Подставив (5.67) в (5.66), умножив обе части уравнения на $\exp(jk\Phi) = \exp(jk\omega_c t)$ и усреднив по периоду $T_c = 2\pi/\omega_c$, как в методе Ван-дер-Поля, приходим к уравнению

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [A_t \operatorname{Re} \{B_h (1 + v_h) \exp[j(k\Phi - \psi_h)]\} - \\ - B_t G \{ \operatorname{Re} \{A (1 + \mu) \exp[j(\Phi - \psi)]\} - D \operatorname{Re} \{B_h (1 + v_h) \times \\ \times \exp[j(k\Phi - \psi_h)]\} \} \exp(j\Phi) d\Phi = 0, \quad (5.68)$$

или

$$\dot{F}_t(A, B_h, \delta^{(i)}) = \operatorname{Re} \{ \dot{F}_t(A, B_h, \delta^{(i)}) \} + \\ + j \operatorname{Im} \{ \dot{F}_t(A, B_h, \delta^{(i)}) \} = 0. \quad (5.69)$$

Здесь \dot{F}_t — комплексный функционал, а $\delta^{(i)}$ — малые величины, соответствующие слабым флюктуациям $\mu(t)$, $v(t)$, $\psi(t)$, $\psi_h(t)$.

Уравнение (5.69) линеаризуют путем разложения в ряд по малым флюктуациям. Для нахождения связи между малыми флюктуациями применяют линейное операторное уравнение $L_{1t} v_h + L_{2t} \psi_h = L_{3t} \mu + L_{4t} \psi$, а для нахождения связи B_h и A — нелинейное уравнение (5.69) в нулевом приближении $F_t(A, B_h, 0) = 0$.

5.5. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЭЛЕМЕНТОВ РАДИОСИСТЕМ И РАДИОУСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПИАЛЬНЫХ СХЕМ

Основой для моделирования по-прежнему является дифференциальное уравнение, полученное на основе принципиальной схемы, как и в методе несущей. Далее

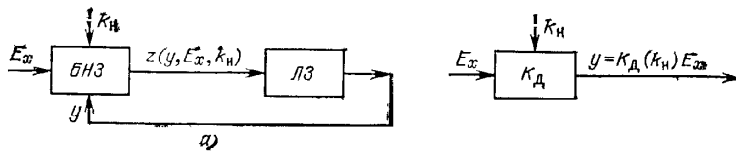


Рис. 5.11.

из него с помощью вышеописанных методов получают укороченные дифференциальные уравнения для комплексных огибающих, по которым и составляют структурную схему модели радиозвена. Рассмотрим два примера.

Пример 5.2. Вернемся к схеме амплитудного детектора на рис. 2.14 и найдем ее модель методом Ван-дер-Поля. Исходное дифференциальное уравнение с учетом (5.41) принимает вид

$$\tau_0 y' + y = rG(E_x \cos \Phi_x - y), \quad \tau_0 = rC.$$

Усредняя по фазе $\Phi_x = \Phi$, имеем

$$\tau_0 y' + y - rP(E_x, y) = 0, \quad (5.70)$$

где

$$P(E_x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} G(E_x \cos \Phi - y) d\Phi. \quad (5.71)$$

Для линейного детектора (при $K_0 = S$)

$$P(E_x, y) = (S/\pi) E_x Q(K_D = y/E_x), \quad (5.72)$$

где

$$Q(K_D) = \int_0^{\arccos K_D} (\cos \Phi - K_D) d\Phi = \sqrt{1 - K_D^2} - K_D \arccos K_D, \quad (5.73)$$

$$K_D = K_D(t) = y(t)/E_x(t) \quad (5.74)$$

— коэффициент передачи детектора по огибающей. Подставив (5.72) в (5.70) и введя коэффициент нагрузки $k_n = Sr/\pi$, получаем окончательное дифференциальное уравнение для выходного напряжения

$$\tau_0 y' + y - z(y, E_x, k_n) = 0, \quad (5.75)$$

где

$$z(y, E_x, k_n) = k_n E_x Q(y/E_x). \quad (5.76)$$

Уравнению (5.75) соответствует модель линейного диодного детектора следящего типа (рис. 5.11,а).

Воспользуемся укороченным дифференциальным уравнением, положив в (5.75) $\tau_0 y' = 0$. Тогда, введя (5.74), получаем нелинейное

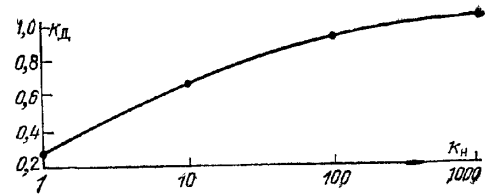


Рис. 5.12.

уравнение

$$K_D - k_n Q(K_D) = 0 \quad (5.77)$$

для определения коэффициента передачи детектора $K_D = y(t)/E_x(t) = K_D(k_n) = \text{const}$. Решение уравнения (5.77) показано на рис. 5.12. В этом случае уравнение (5.76) становится линейным: $y = z(y, E_x, k_n) = K_D(k_n) E_x$ и приводит к разомкнутой модели диодного детектора (рис. 5.11,б).

Пример 5.3. Найдем математическую модель схемы ГУН (рис. 4.2) методом комплексной огибающей, применяя метод Ван-дер-Поля [10]. Используем исходное дифференциальное уравнение (4.13), а для выходного напряжения ГУН выражение

$$y(t) = \omega_0 M i_L(t) = E_y(t) \cos[\omega_0 t - \psi_y(t)]. \quad (5.78)$$

Тогда приходим к исходному дифференциальному уравнению вида (5.57)

$$y'' + \omega_0^2 y = f(y, y'; \chi, \chi'; \xi), \quad (5.79)$$

где

$$f(y, y'; \chi, \chi'; \xi) = \frac{\omega_0^2}{1 - \chi} \left[\omega_0 M G \left(\frac{y'}{\omega_0} \right) - rC_0 \left(1 - \chi - \frac{L}{r} \chi' \right) y' - (\chi - rC_0 \chi') y + \omega_0 M \xi \right].$$

Введем полную аппроксимацию $i_K = G(u_B) = (Su_B - \gamma u_B^3)/3$ и стационарную амплитуду ГУН

$$E_0 = E_y(t)_{\chi=0} = 2 \sqrt{(SM - rC_0)/\gamma M}. \quad (5.80)$$

Тогда, применяв формулы (5.62)–(5.64), придем к укороченным дифференциальным уравнениям для амплитуды $E_y = E_y(t)$ и фазы $\psi_y = \omega_y(t)$ ГУН

$$E'_y = F_1(E_y, \psi_y; \chi, \chi'; \xi); \quad \psi'_y = F_2(E_y, \psi_y; \chi, \chi'; \xi), \quad (5.81)$$

где

$$F_1(E_y, \psi_y; \chi, \chi'; \xi) = \frac{\omega_0^2 E_0^2}{8} \gamma M \left\{ E_y \left[1 - \left(\frac{E_y}{E_0} \right)^2 \right] + E_y \left[1 + \frac{4r}{\gamma LM \omega_0^2 E_0^2} - \left(\frac{E_y}{E_0} \right)^2 \right] \chi + \frac{4E_y}{\gamma M \omega_0^2 E_0^2} \chi' - \frac{8}{\gamma E_0^2} \xi \sin(\omega_0 t - \psi_y) \right\}; \quad (5.82)$$

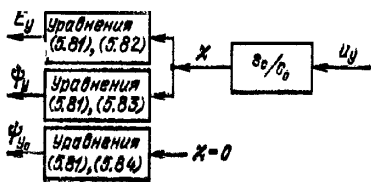


Рис. 5.13.

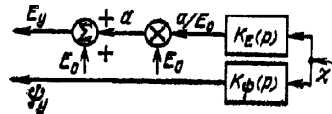


Рис. 5.14.

$$F_2(E_y, \psi_y, \chi, \chi', \xi) = -\frac{\omega_0 E_0^2}{8} \gamma M \left[\frac{4}{\gamma M E_0^2} \chi - \frac{4r}{\gamma L M \omega_0^2 E_0^2} \chi' - \frac{8\omega_0}{\gamma E_0^2 E_y} \xi \cos(\omega_0 t - \psi_y) \right]; \quad (5.83)$$

При отсутствии управляющего напряжения ($\chi=0$) решением дифференциальных уравнений (5.81) являются стационарная амплитуда (5.80) и начальная фаза

$$\psi_{y0}(t) = \psi_y(t) \Big|_{\chi=0} \quad (5.84)$$

обязанная лишь флуктуациями дробового шума $\xi(t)$.

Уравнения (5.81)–(5.84) приводят нас к модели ГУН (рис. 5.13).

Можно получить линейную модель ГУН. Для этого положим $\xi=0$, $\psi_{y0}=\text{const}$. Тогда (5.81)–(5.83) дают линейные дифференциальные уравнения относительно χ

$$E'_y \approx \frac{\omega_0^2 E_0^2 \gamma M}{8} E_y \left\{ 1 - \left(\frac{E_y}{E_0} \right)^2 + \left[1 + \frac{4r}{\gamma L M \omega_0^2 E_0^2} - \left(\frac{E_y}{E_0} \right)^2 \right] \chi + \frac{4}{\gamma M \omega_0^2 E_0} \chi' \right\}; \quad (5.85)$$

$$\psi'_y = \omega_0 (\chi - r C_0 \chi') / 2.$$

Решая эти уравнения операторным методом, приходим к линейным моделям ГУН (рис. 5.14), где ЛЗ имеют передаточные функции

$$K_E(p) = K_0 \frac{(1 + p\tau_1)}{(1 + p\tau_2)}, \quad K_0 = \frac{\tau_2}{2\tau_1};$$

$$\tau_1 = \frac{L}{r}; \quad \tau_2 = \frac{1}{\omega_0^2 (SM - rC_0)};$$

$$K_\psi(p) = \frac{\omega_0}{2} \frac{(1 - p\tau_0)}{p}, \quad \tau_0 = rC_0,$$

и введена амплитудная флуктуация ГУН $a(t) = E_y(t) - E_0$.

5.6. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РАДИОСИСТЕМ И РАДИОУСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ СХЕМ

Используя рассмотренные выше методы, можно в рамках метода комплексной огибающей описывать различные звенья функциональных схем радиосистем и радиоустройств. Если априорной информации недостаточно, как и при методе несущей, предполагается, что различные звенья функциональных схем выполняют преобразование комплексной огибающей идеально. При этом для звеньев с высокочастотным выходом

$$\dot{E}_y = P_t \dot{E}_x, \quad (5.86)$$

а для звеньев с низкочастотным выходом

$$y_0 = Q_t \dot{E}_x, \quad (5.87)$$

где P_t , Q_t — операторы формального описания радиосистем на различных иерархических уровнях (см. гл. 2).

Так же как и в методе несущей, можно составить библиотеку моделей основных элементов (звеньев) функциональных схем радиотехнических устройств и систем. Подобные модели, составленные на основе временного метода описания приведены в табл. 5.2. Сделаем несколько замечаний к таблице.

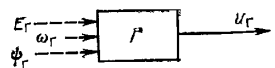
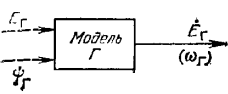
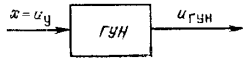
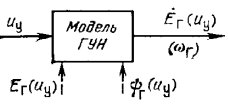
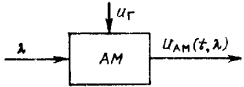
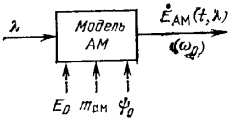
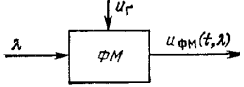
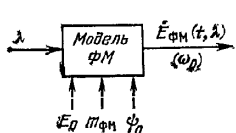
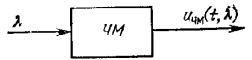
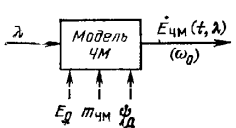

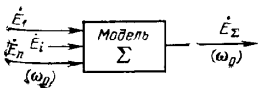
1. Так как в комплексных огибающих информация о несущей частоте не заложена, во избежание недоразумений и для восстановления мгновенного значения напряжения целесообразно на моделях указывать несущую частоту (в скобках), к которой относится данная комплексная огибающая.

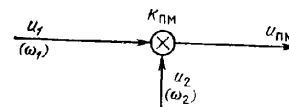
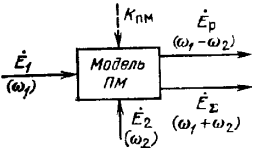
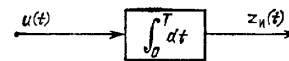
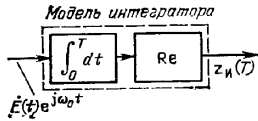
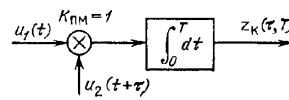
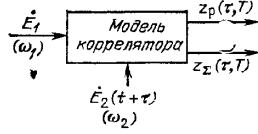
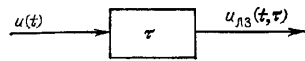
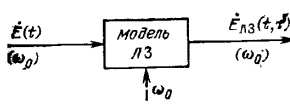
2. Для перемножителя с помощью метода комплексной огибающей можно описать лишь отдельно комплексные огибающие на разностной (индекс «р») и суммарной (индекс «Σ») частотах перемножаемых радиосигналов.

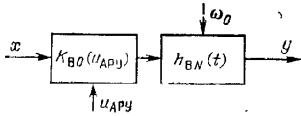
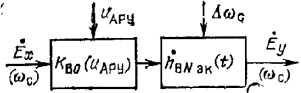
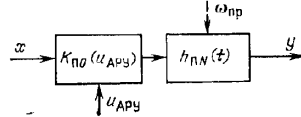
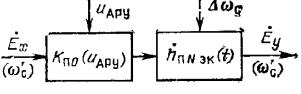
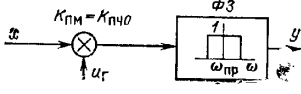
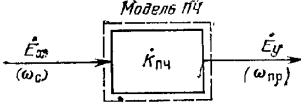
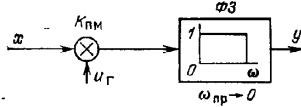
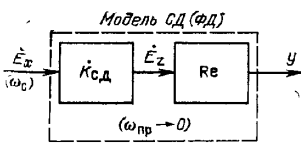
3. Для коррелятора также приходится выделять два выходных эффекта по разностной и суммарной частотам. Обычно слагаемым по суммарной частоте пренебрегают, так что

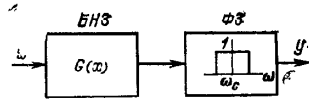
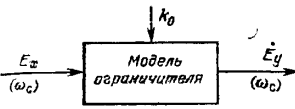
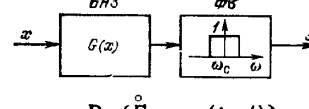
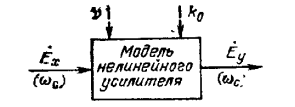
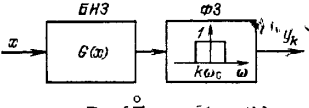
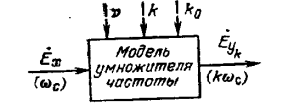
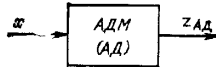
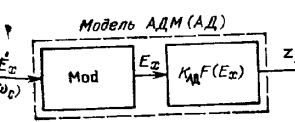
$$z_K(\tau, T) \approx z_{Kp}(\tau, T) = 0,5 \text{Re} \{ \dot{E}_{Kp}(\tau, T) e^{\pm i\omega\tau} \},$$

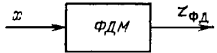
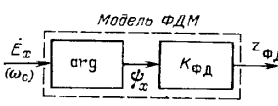
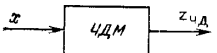
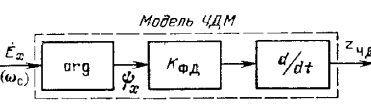
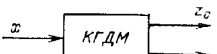
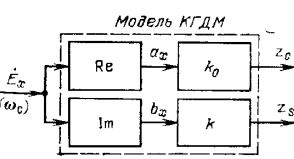
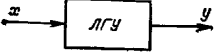
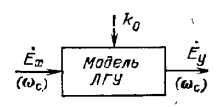
$$\dot{E}_{Kp}(\tau, T) = \int_0^T \dot{E}_1(t) \dot{E}_2^*(t + \tau) e^{i\Delta\omega t} dt; \quad \omega = \omega_2; \quad \Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$$

Радиозвено	Структурная схема радиозвена	Структурная схема модели радиозвена	Математическое описание модели радиозвена
Генератор (гетеродин)	 $u_{\Gamma} = \operatorname{Re} \{ E_{\Gamma} \exp [j (\omega_{\Gamma} t - \psi_{\Gamma})] \}$		$\dot{E}_{\Gamma} = E_{\Gamma} \exp (-j \psi_{\Gamma}) = a_{\Gamma} - j b_{\Gamma}$
Генератор, управляемый напряжением (ГУН)	 $u_{\text{ГУН}} = \operatorname{Re} \{ E_{\Gamma} (u_y) \exp [j (\omega_{\Gamma} t - \psi_{\Gamma} (u_y))] \}$		$\dot{E}_{\Gamma} (u_y) = E_{\Gamma} (u_y) \exp [-j \psi_{\Gamma} (u_y)] = a_{\Gamma} (u_y) - j b_{\Gamma} (u_y)$
Амплитудный модулятор	 $u_{\text{AM}} (t, \lambda) = \operatorname{Re} \{ \dot{E}_{\text{AM}} (t, \lambda) \exp (j \omega_0 t) \}$		$\dot{E}_{\text{AM}} (t, \lambda) = E_0 (1 + m_{\text{AM}} \lambda) \exp (-j \psi_0)$
Фазовый модулятор	 $u_{\text{ФМ}} (t, \lambda) = \operatorname{Re} \{ \dot{E}_{\text{ФМ}} (t, \lambda) \exp (-j \omega_0 t) \}$		$\dot{E}_{\text{ФМ}} (t, \lambda) = E_0 \exp [-j (m_{\text{ФМ}} \lambda + \psi_0)]$
Частотный модулятор	 $u_{\text{ЧМ}} (t, \lambda) = \operatorname{Re} \{ \dot{E}_{\text{ЧМ}} (t, \lambda) \exp (j \omega_0 t) \}$		$\dot{E}_{\text{ЧМ}} (t, \lambda) = E_0 \exp \left[-j \left(m_{\text{ЧМ}} \int_0^t \lambda (t) dt + \psi_0 \right) \right]$
Сумматор	 $u_i = \operatorname{Re} \{ \dot{E}_i \exp (j \omega_0 t) \}, \quad i = 1, 2, \dots, n$ $U_{\Sigma} = \operatorname{Re} \{ \dot{E}_{\Sigma} \exp (j \omega_0 t) \}$		$\dot{E}_{\Sigma} = E_{\Sigma} \exp (-j \psi_{\Sigma}) = \sum_{i=1}^n \dot{E}_i = \sum_{i=1}^n E_i \exp (-j \psi_i)$

Радиоэлемент	Структурная схема радиоэлемента	Структурная схема модели радиоэлемента	Математическое описание модели радиоэлемента
<p>Перемножитель</p>	 $u_i = \text{Re} \{ \dot{E}_i \exp(j\omega_i t) \}, \quad i = 1, 2$ $u_{\text{ПМ}} = u_{\text{ПМП}} + u_{\text{ПМС}}$ $u_{\text{ПМП}} = \text{Re} \{ \dot{E}_p \exp[j(\omega_1 - \omega_2) t] \};$ $u_{\text{ПМС}} = \text{Re} \{ \dot{E}_\Sigma \exp[j(\omega_1 + \omega_2) t] \}$	 $\dot{E}_p = \frac{1}{2} K_{\text{ПМ}} \dot{E}_1 \dot{E}_2^*$ $\dot{E}_\Sigma = \frac{1}{2} K_{\text{ПМ}} \dot{E}_1 \dot{E}_2$	
<p>Интегратор</p>	 $u(t) = \text{Re} \{ \dot{E}(t) \exp(j\omega_0 t) \}$	 $z_H(T) = \text{Re} \left\{ \int_0^T \dot{E}(t) \exp(j\omega_0 t) dt \right\}$	
<p>Коррелятор</p>	 $u_i^*(t) = \text{Re} \{ \dot{E}_i^*(t) \exp(j\omega_i t) \}, \quad i = 1, 2$ $z_K(\tau, T) = z_p(\tau, T) + z_\Sigma(\tau, T)$	 <p>где</p> $\dot{E}_p(\tau, T) = \int_0^T \dot{E}_1(t) \dot{E}_2^*(t + \tau) \times \exp[j(\omega_1 - \omega_2) t] dt;$ $\dot{E}_\Sigma(\tau, T) = \int_0^T \dot{E}_1(t) \dot{E}_2(t + \tau) \times \exp[j(\omega_1 + \omega_2) t] dt$	
<p>Линия задержки</p>	 $u(t) = \text{Re} \{ \dot{E}(t) \exp(j\omega_0 t) \}$ $u_{\text{ЛЗ}}(t, \tau) = u(t - \tau) = \text{Re} \{ \dot{E}_{\text{ЛЗ}}(t, \tau) \times \exp(j\omega_0 t) \}$	 $\dot{E}_{\text{ЛЗ}}(t, \tau) = \dot{E}(t - \tau) \exp(-j\omega_0 \tau)$	

Радиозвено	Структурная схема радиозвена	Структурная схема модели радиозвена	Математическое описание модели радиозвена
Усилитель высокой частоты (УВЧ), регулируемый АРУ	 $x = \text{Re} \{ \dot{E}_x \exp(j\omega_c t) \}$ $y = \text{Re} \{ \dot{E}_y \exp(j\omega_c t) \},$ $\omega_c = \omega_0 + \Delta\omega_c$	 $\dot{E}_y^*(t) = K_{ВЧ} [u_{АРУ}(t)] \int_0^{\infty} \dot{E}_x(t-\tau) \times$ $\times \dot{h}_{ВЧ_ЭК}(\tau) d\tau,$ $\dot{h}_{ВЧ_ЭК}(t) = h_{ВЧ}(t) \exp(-j\omega_c t)$	
Усилитель промежуточной частоты (УПЧ), регулируемый АРУ	 $x = \text{Re} \{ \dot{E}_x \exp(j\omega_c' t) \}$ $y = \text{Re} \{ \dot{E}_y \exp(j\omega_c' t) \}$ $\omega_c' = \omega_{ПЧ} + \Delta\omega_c'$	 $\dot{E}_y(t) = K_{ПЧ} [u_{АРУ}(t)] \int_0^{\infty} \dot{E}_x(t-\tau) \times$ $\times \dot{h}_{ПЧ_ЭК}(\tau) d\tau,$ $\dot{h}_{ПЧ_ЭК}(t) = h_{ПЧ}(t) \exp(-j\omega_c' t)$	
Преобразователь частоты (ПЧ) (безынерционный)	 $x = \text{Re} \{ \dot{E}_x \exp(j\omega_c t) \}$ $u_{Г} = \text{Re} \{ \dot{E}_{Г} \exp(j\omega_{Г} t) \}$ $y = \text{Re} \{ \dot{E}_y \exp(j\omega_{ПЧ} t) \},$ $\omega_{ПЧ} = \omega_c - \omega_{Г}$	 $\dot{E}_y = \dot{K}_{ПЧ} \dot{E}_x, \quad \dot{K}_{ПЧ} = 0,5 K_{ПЧ0} \dot{E}_{Г}^*$	
Синхронный (фазовый) детектор (СД, ФД) (безынерционный)	 $x = \text{Re} \{ \dot{E}_x \exp(j\omega_c t) \}$ $u_{Г} = \text{Re} \{ \dot{E}_{Г} \exp(j\omega_{Г} t) \}$	 $y = \text{Re} \{ \dot{E}_z \}, \quad \dot{E}_z = \dot{K}_{СД} \dot{E}_x,$ <p>где</p> $\dot{K}_{СД} = 0,5 K_{ПМ} \dot{E}_{Г}^* \exp [j(\omega_c - \omega_{Г}) t]$ <p>при $(\omega_c - \omega_{Г}) \rightarrow 0$</p>	

Радиовзвено	Структурная схема радиовзвена	Структурная схема модели радиовзвена	Математическое описание модели радиовзвена
Резонансный ограничитель амплитуды (безынерционный)	 $x = \operatorname{Re} \{ \dot{E}_x \exp(j\omega_c t) \},$ $y = \operatorname{Re} \{ \dot{E}_y \exp(j\omega_c t) \}$ $G(x) = \begin{cases} k_0, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$		$\dot{E}_y = E_0 \exp(-j\psi_x),$ где $E_0 = k_0 c$ ($0, 1$) $= 2k_0/\pi$ при $\dot{E}_x = E_x \exp(-j\psi_x)$
Резонансный нелинейный усилитель (безынерционный)	 $x = \operatorname{Re} \{ \dot{E}_x \exp(j\omega_c t) \}$ $y = \operatorname{Re} \{ \dot{E}_y \exp(j\omega_c t) \}$ $G(x) = \begin{cases} k_0 x^\nu, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$		$\dot{E}_y = E_y \exp(-j\psi_x)$ $E_y = k_0 c(\nu, 1) E_x^\nu$ $c(\nu, 1) = \frac{\Gamma(\nu + 1)}{2^\nu \Gamma\left(\frac{\nu + 1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\nu + 3}{2}\right)}$
Умножитель частоты (безынерционный)	 $x = \operatorname{Re} \{ \dot{E}_x \exp(j\omega_c t) \}$ $y_k = \operatorname{Re} \{ \dot{E}_{y_k} \exp(jk\omega_c t) \}$ $G(x) = \begin{cases} k_0 x^\nu, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$		$\dot{E}_y = E_y \exp(-jk\psi_x),$ $E_y = k_0 c(\nu, k) E_x^\nu;$ $c(\nu, k) = \frac{\varepsilon_k \Gamma(\nu + 1)}{2^{\nu+1} \Gamma\left(1 - \frac{k-\nu}{2}\right) \Gamma\left(1 + \frac{k+\nu}{2}\right)}$ $\varepsilon_k = 1 \text{ при } k=0, \varepsilon_k = 2 \text{ при } k>0$
Амплитудный демодулятор (детектор)	 $x = \operatorname{Re} \{ \dot{E}_x \exp(j\omega_c t) \}$ $z_{AD} = K_{AD} F \{ \dot{E}_x = E_x \} =$ $= \begin{cases} K_{AD} E_x & \text{— линейный АД,} \\ K_{AD} E_x^2 & \text{— квадратичный АД,} \\ K_{AD} E_x^\nu & \text{— АД } \nu\text{-й степени,} \\ K_{AD} \log E_x & \text{— логарифмич. АД} \end{cases}$		$z_{AD} = K_{AD} F \{ E_x \}, E_x = \operatorname{Mod} \{ E_x \}$

Радиовено	Структурная схема радиовена	Структурная схема модели радиовена	Математическое описание модели радиовена
<p>Фазовый демодулятор</p>	 $x = \text{Re} \{ \dot{E}_x \exp(j\omega_c t) \}$ $z_{\text{ФД}} = K_{\text{ФД}} \psi_x = K_{\text{ФД}} \arg \dot{E}_x$		$z_{\text{ФД}} = K_{\text{ФД}} \psi_x, \quad \psi_x = \arg \dot{E}_x$
<p>Частотный демодулятор</p>	 $x = \text{Re} \{ \dot{E}_x \exp(j\omega_c t) \}$ $z_{\text{ЧД}} = K_{\text{ФД}} \frac{d\psi_x}{dt} = \frac{d}{dt} \{ z_{\text{ФД}} \}$		$z_{\text{ЧД}} = \frac{dz_{\text{ФД}}}{dt} = K_{\text{ФД}} \frac{d\psi_x}{dt},$ $\psi_x = \arg \dot{E}_x$
<p>Когерентный демодулятор</p>	 $x = \text{Re} \{ \dot{E}_x \exp(j\omega_c t) \},$ $\dot{E}_x = a_x - j b_x$ $z_c = k_0 a_x; \quad z_s = k_0 b_x$		$z_c = k_0 a_x, \quad z_s = k_0 b_x,$ $a_x = \text{Re} \{ \dot{E}_x \}, \quad b_x = \text{Im} \{ \dot{E}_x \}$
<p>Логарифмический резонансный усилитель</p>	 $x = \text{Re} \{ \dot{E}_x \exp(j\omega_c t) \}$ $y = \text{Re} \{ \dot{E}_y \exp(j\omega_c t) \},$ $E_y = k_0 \log E_x$		<p>где</p> $\dot{E}_y = E_y \exp(-j\psi_x),$ $E_y = k_0 \log E_x,$ $E_x = \text{Mod} \{ \dot{E}_x \}, \quad \psi_x = \arg \{ \dot{E}_x \}$

4. Для моделирования БНРЗ, как правило, применяют метод контурных интегралов с аппроксимацией функции $y=G(x)$ в виде однополупериодной нелинейной характеристики ν -й степени. Частным случаем БНРЗ является логарифмической УВЧ с логарифмической амплитудной характеристикой $E_y(t)=\log E_x(t)$ и неискаженным фазовым выходом $\psi_y(t)=\psi_x(t)$.

5. Алгоритмы идеализированных демодуляторов предусматривают операции либо над амплитудой входного радиосигнала

$$E_x(t) = \text{Mod} \{ \dot{E}_x(t) = | \dot{E}_x(t) | \}, \quad (5.88)$$

либо над его фазой

$$\psi_x(t) = \arg \{ \dot{E}_x(t) \}, \quad (5.89)$$

либо над мгновенной частотой

$$\frac{d\psi_x(t)}{dt} = \omega_0 - \omega_{\text{мгн}}(t) = \frac{d}{dt} \arg \{ \dot{E}_x(t) \}. \quad (5.90)$$

6. В амплитудно-фазовом и фазовом детекторах (в таблице не приведены) предусмотрены операции выделения низкочастотных выходных сигналов

$$z_{\text{АФД}}(t) = K_{\text{АФД}} E_1(t) E_2(t) \frac{\cos}{\sin} \{ (\omega_1 - \omega_2)t - [\psi_1(t) - \psi_2(t)] \};$$

$$z_{\text{ФД}}(t) = K_{\text{ФД}} \frac{\cos}{\sin} \{ (\omega_1 - \omega_2)t - [\psi_1(t) - \psi_2(t)] \}$$

из двух когерентных радиосигналов ($\omega_1 - \omega_2 \rightarrow 0$).

7. Важным практическим случаем является моделирование согласованных линейных фильтров (в таблице не приведены), являющихся частным случаем усилителя промежуточной частоты (УПЧ) с конкретной формой импульсной характеристики, согласованной с радиосигналом. Если входную смесь согласованного линейного фильтра записать в виде

$$x(t) = u_{\text{cx}}(t) + u_{\text{мх}}(t) = \text{Re} \{ \dot{E}_{\text{cx}}(t) \exp(j\omega_c t) \} + \\ + \text{Re} \{ \dot{R}_x(t) \exp(j\omega_0 t) \} = \text{Re} \{ \dot{E}_x(t) \exp(j\omega_0 t) \},$$

и учесть, что импульсная характеристика физически реализуемого согласованного линейного фильтра равна

$$h_{\text{СЛФ}}(t) = \begin{cases} u_{\text{cx}}(t_0 - t), & t > 0, \\ 0, & t < 0, \end{cases}$$

то выходная комплексная огибающая согласованного линейного фильтра (на частоте ω_0) имеет вид

$$\dot{E}_y(t) = \int_0^{\infty} \dot{E}_x(t - \tau) h_{\text{СЛФЭК}}(\tau, t_0) d\tau. \quad (5.91)$$

Здесь введена комплексная импульсная характеристика эквивалентного звена

$$h_{\text{СЛФЭК}}(\tau, t_0) = 0,5 \dot{E}_{\text{cx}}^*(t_0 - \tau) \exp(j\Delta\omega\tau) \exp(-j\omega_c t_0), \quad (5.92)$$

где $\Delta\omega = \omega_c - \omega_0$ — расстройка частот. Модель (5.91) не отличается от модели произвольного линейного радиозвена.

8. При моделировании методом комплексной огибающей прибегают к модели комплексных фильтров типа, приведенного на рис. 5.5. Это означает, что в любой высокочастотной части моделируемого звена радиоустройства мы всегда имеем компоненты комплексной огибающей

$$\begin{aligned} \frac{a}{b}(t) &= \frac{\text{Re} \{ \dot{E}(t) \}}{\text{Im} \{ \dot{E}(t) \}} = \frac{\text{Re} \{ E(t) \exp[-j\psi(t)] \}}{\text{Im} \{ E(t) \exp[-j\psi(t)] \}} = \\ &= E(t) \frac{\cos}{\sin} \psi(t). \end{aligned} \quad (5.93)$$

В этих случаях вместо алгоритмов, приведенных в табл. 5.2, следует прибегать к алгоритмам вычислений через проекции $a(t)$ и $b(t)$. Для этого необходимо использовать определения для огибающей $E(t)$, фазы $\psi(t)$ и мгновенной частоты $\omega_0 - \omega_{\text{мгн}}(t) = d\psi/dt$ через компоненты (5.93). Тогда, например, для демодуляторов (ДМ) имеем алгоритмы

$$\frac{z(t)}{K_{\text{ДМ}}} = \left\{ \begin{array}{ll} G [\sqrt{a^2(t) + b^2(t)}] & \text{— произвольный амплитудный ДМ} \\ \sqrt{a^2(t) + b^2(t)} & \text{— линейный амплитудный ДМ} \\ a^2(t) + b^2(t) & \text{— квадратичный амплитудный ДМ} \\ \text{arctg} [b(t)/a(t)] & \text{— фазовый ДМ} \\ a(t) \frac{db(t)}{dt} - b(t) \frac{da(t)}{dt} & \text{— частотный ДМ} \\ \frac{\sqrt{a^2(t) + b^2(t)}}{a(t) \text{ или } b(t)} & \text{— когерентный ДМ} \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} a_1(t)a_2(t) + b_1(t)b_2(t) \text{ или} \\ b_1(t)a_2(t) - a_1(t)b_2(t) \end{cases} \text{ или — амплитудно-фазовые детекторы.} \quad (5.94)$$

Учитывая, что $\cos \psi = a/E = a/\sqrt{a^2 + b^2}$ и $\sin \psi = b/E = b/\sqrt{a^2 + b^2}$, можно получить алгоритмы для моделирования ограничителей, фазовых детекторов и других звеньев, в которых информация об амплитуде не используется.

9. При моделировании стационарных линейных радиозвеньев с успехом может применяться спектральный метод. Для этого радиозвено с комплексной частотной характеристикой $K(jf)$ переводится в эквивалентное низкочастотное с комплексной частотной характеристикой $K_{\text{вк}}(jF) = K[j(F + f_c)]$ (где f_c — несущая частота входного радиосигнала). Особенно удобно такое моделирование для линейных радиозвеньев с приближенными комплексными частотными характеристиками вида

$$K_N(jf) \approx \begin{cases} 1/(1 + ja), \\ (1 + \beta^2)/[(1 + ja)^2 + \beta^2]. \end{cases}$$

Здесь $\alpha = 2Q(f - f_0)/f_0$ — обобщенная расстройка относительно резонансной частоты f_0 , а β — коэффициент связи. Подставив $f = f_c + F = f_0 + \Delta f + F$, получим:

$$K_{N\text{вк}}(jF) = \begin{cases} \frac{1}{1 + j2Q(\Delta f + F)/f_0}, \\ \frac{1 + \beta^2}{[1 + j2Q(\Delta f + F)/f_0]^2 + \beta^2}. \end{cases}$$

Рассмотрим примеры математического моделирования методом комплексной огибающей.

Пример 5.4. Типичным примером является математическое моделирование аддитивной смеси информативных узкополосных сигналов и помех и неинформативных гауссовских шумов.

Алгоритмам (5.1), (5.2) соответствует модель формирования комплексной огибающей смеси (рис. 5.2). При моделировании ортогональных составляющих комплексной огибающей $E = a - jb$ необходимо использовать алгоритмы (5.2), (5.3), что приводит нас к модели рис. 5.15.

Пример 5.5. Построим методом комплексной огибающей математическую модель структурной схемы типового супергетеродинного приемника (рис. 4.5), если на входе смесь произвольных узкополосных сигналов, помех и шумов (5.1).

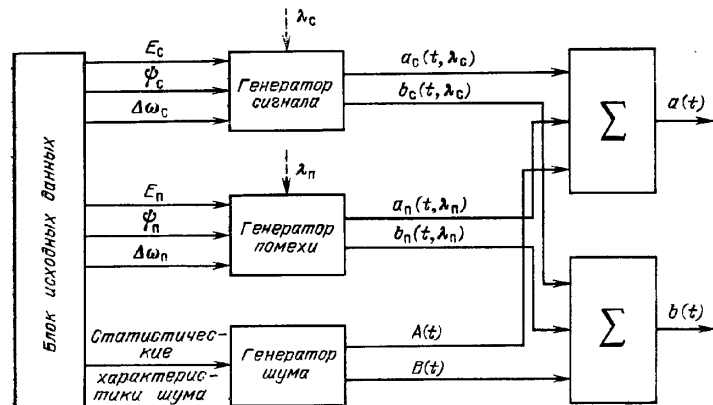


Рис. 5.15.

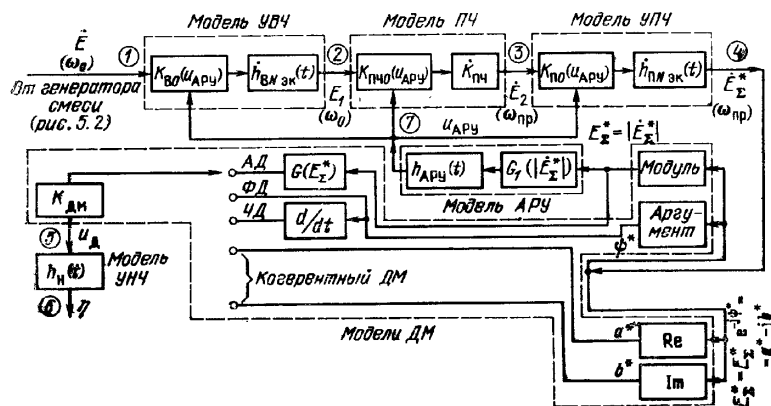


Рис. 5.16.

Для поблочного моделирования надо использовать модель смеси на рис. 5.2 и модели звеньев, приведенные в табл. 5.2. В результате придем к структурной схеме достаточно универсальной модели (рис. 5.16). Здесь введены в моделях УНЧ, УПЧ нормированные импульсные характеристики эквивалентных низкочастотных звеньев

$$h_{ВН\text{эк}}(t) = h_{ВН}(t) \exp(-j\omega_0 t);$$

$$h_{ПН\text{эк}}(t) = h_{ПН}(t) \exp(-j\omega_{\text{пр}} t),$$

где $\omega_{\text{пр}} = \omega_0 - \omega_{\Gamma}$ — промежуточная частота.

Модель цепи АРУ не отличается от модели амплитудного детектора с дополнительным учетом фильтрации в линейном звене с импульсной характеристикой $h_{\text{АРУ}}(\tau)$. В моделях демодуляторов не учтены фильтрующие цепи на их выходе. При желании это можно сделать, включив их в модель УНЧ дополнительным линейным звеном с импульсной характеристикой $h_{\text{Д}}(t)$ (на рис. 5.16 не показано).

Литература: Основная [2—6, 8, 10, 11, 14], дополнительная [7, 9, 12, 13, 16, 35, 37, 38].

6. МЕТОД СТАТИСТИЧЕСКИХ ЭКВИВАЛЕНТОВ

Метод эквивалентов (при детерминированных воздействиях) или статистических эквивалентов (при случайных воздействиях) состоит в замене реального звена радиосистемы или радиоустройства математической моделью, являющейся эквивалентом этого звена. При этом статистический эквивалент звена обеспечивает адекватность выходного сигнала лишь в статистическом смысле, с точностью до заданных статистических характеристик.

Существует ряд методов замены реального звена эквивалентом и статистическим эквивалентом: формульный, статистической линейаризации, гармонической статистической линейаризации, генерации, фильтрации информационного параметра и др.

Формульный метод предусматривает моделирование выходного случайного сигнала $\eta(t)$ произвольного звена в соответствии с аналитической формулой связи с входным случайным воздействием $\xi(t)$ (в общем случае векторным)

$$\eta(t) = A_t \{ \xi(t) \}. \quad (6.1)$$

При этом методе выходное воздействие будет иметь необходимые статистические свойства всякий раз, когда правильно (как в реальной задаче) будут заданы статистические характеристики входного воздействия $\xi(t)$, а формула (6.1) выбрана достаточно достоверной.

Метод статистической линейаризации [2, 16, 17] применяется для моделирования низкочастотных нелинейных звеньев путем их замены линейным статистическим эквивалентом (по математическому ожиданию m_η и флюктуации $\eta^0 = \eta - m_\eta$). В этом случае модель правильно воспроизводит лишь математическое ожидание и простейшие статистические характеристики (дисперсию, корреляционную функцию) выходных флюктуаций $\eta^0(t)$.

При гауссовских случайных воздействиях метод является весьма мощным и совершенным.

Метод гармонической статистической линейаризации [17, 18] является развитием предыдущего метода на нелинейные радиозвенья.

Метод генерации, сводящийся к замене реального звена с выходным воздействием

$$\eta(t) = s(t) + \xi(t) \quad (6.2)$$

генератором адекватного в статистическом смысле случайного процесса с точностью до заданных статистических характеристик. Для этого заранее аналитически находятся статистика $\xi(t)$ и сам сигнал $s(t)$, и в модели с помощью ЭВМ производится их «генерация» по исходным статистическим характеристикам входных воздействий $\xi(t)$. Метод генерации наиболее удобен для моделирования крупных радиозвеньев или радиоустройств чаще разомкнутого типа.

Метод фильтрации информационного параметра, заключается в замене реального нелинейного звена с выходным сигналом

$$z[t, \lambda(t)] = F_t \{ u[t, \lambda(t)] \}, \quad (6.3)$$

зависящим от информационного параметра $\lambda(t)$, эквивалентным звеном, формирующим статистически эквивалентный сигнал

$$z_{\text{ЭК}}[t, \lambda(t)] = G_t \{ \lambda(t) \} + \xi_{\text{ЭК}}(t) \quad (6.4)$$

из самого информационного параметра $\lambda(t)$ с добавлением некоторого эквивалентного шума $\xi_{\text{ЭК}}(t)$. При этом функционалы F_t и G_t обычно существенно отличаются друг от друга. Метод фильтрации информационного параметра применяется, как правило, для формирования математических моделей звеньев (в частности, дискриминаторов) следящих радиоустройств. Этот метод является основой для формирования математических моделей радиосистем, в которых воспроизводятся преобразования информационных процессов и низкочастотных эквивалентных шумов $\xi_{\text{ЭК}}(t)$.

6.1. ПОСТРОЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТОВ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

Сущность и разновидности метода. Пусть на входе и выходе произвольного низкочастотного нелинейного звена (НЗ) (рис. 6.1) действуют нестационарные случайные

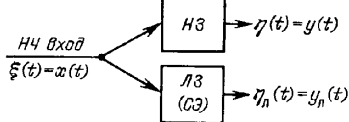


Рис. 6.1.

процессы

$$\begin{aligned} \xi(t) &= x(t) = m_x(t) + x^0(t); \\ \eta(t) &= y(t) = m_y(t) + y^0(t). \end{aligned} \quad (6.5)$$

Здесь под математическим ожиданием $m_x(t)$, $m_y(t)$ могут подразумеваться детерминированные сигналы $s_c(t)$ и помехи $s_n(t)$, а x^0 , y^0 соответствуют флюктуационным помехам различного происхождения.

Основными статистическими характеристиками на выходе НЗ обычно считают: корреляционную функцию

$$r_y(t_1, t_2) = \langle y^0(t_1) y^0(t_2) \rangle \quad (6.6)$$

и дисперсию

$$D_y(t) = \sigma_y^2(t) = r_y(t, t) = \langle y^{02}(t) \rangle, \quad (6.7)$$

которые могут быть найдены аналитически методами статистической радиотехники [2, 7—9].

Задача построения статистического эквивалента (математической модели НЗ) заключается в замене его ЛЗ (хотя бы по флюктуациям) с выходным процессом (см. рис. 6.1)

$$y_n(t) = m_{y_n}(t) + y_n^0(t) \quad (6.8)$$

со статистическими характеристиками

$$r_{y_n}(t_1, t_2) = \langle y_n^0(t_1) y_n^0(t_2) \rangle; \quad D_{y_n}(t) = r_{y_n}(t, t). \quad (6.9)$$

Адекватность процессов $y(t)$ и $y_n(t)$ обеспечивается по нескольким критериям, что дает несколько разновидностей метода статистической линейаризации:

1) равенство математических ожиданий и дисперсий:

$$\begin{aligned} m_{y_n}(t) &= m_y(t); \\ D_{y_n}(t) &= D_y(t); \end{aligned} \quad (6.10)$$

$$2) \text{ минимум среднеквадратической ошибки} \quad \min \sigma^2 = \min \{ \langle [y(t) - y_n(t)]^2 \rangle \}; \quad (6.11)$$

3) равенство математических ожиданий и корреляционных функций

$$m_{y_n}(t) = m_y(t); \quad r_{y_n}(t_1, t_2) = r_y(t_1, t_2), \quad (6.12)$$

и, как следствие, равенство дисперсий.

Моделирование безынерционных нелинейных звеньев. Наибольший практический интерес представляет статистическая линейаризация безынерционных нелинейных звеньев (БНЗ) с нелинейной зависимостью $y = G(x)$. Как следует из статистической теории безынерционных нелинейных преобразований случайных процессов [7—9], необходимые выходные статистические характеристики находятся через заданные законы распределения (плотности вероятностей) входного случайного процесса $p_\xi(x, t)$; $p_\xi(x_1, x_2; t_1, t_2)$:

$$\begin{aligned} m_y(t) &= \langle G(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G(x) p_\xi(x, t) dx; \\ D_y(t) &= \langle G^2(x) \rangle - m_y^2(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G^2(x) p_\xi(x, t) dx - m_y^2(t); \end{aligned} \quad (6.13)$$

$$\begin{aligned} r_y(t_1, t_2) &= \langle G(x_1) G(x_2) \rangle - m_y(t_1) m_y(t_2) = \\ &= \iint_{-\infty}^{\infty} G(x_1) G(x_2) p_\xi(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2 - m_y(t_1) m_y(t_2). \end{aligned}$$

При использовании первых двух критериев применяют два типа статистических эквивалентов: линейный по флюктуациям (рис. 6.2,а), для которого

$$m_{y_n} = G_0(m_x); \quad y_n^0(t) = K_1(t) x^0(t); \quad (6.14)$$

линейный по математическому ожиданию и флюктуациям (рис. 6.2,б), для которого

$$m_{y_n}(t) = K_0(t) m_x(t); \quad y_n^0(t) = K_1(t) x^0(t). \quad (6.15)$$

Параметры $K_1(t)$, $K_0(t)$, $G_0(m_x)$ называют коэффициентами статистической линейаризации. Чтобы найти их по первому критерию адекватности, достаточно воспользо-

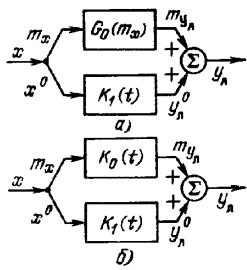
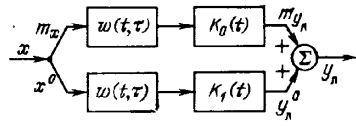


Рис. 6.2.

Рис. 6.3.



ваться формулами (6.13), (6.14). В результате для схемы на рис. 6.2,а имеем

$$G_0^{(1)}[m_x(t)] = m_y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(x) p_{\xi}(x, t) dx;$$

$$K_0^{(1)}(t) = \frac{m_y(t)}{m_x(t)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} G(x) p_{\xi}(x, t) dx}{m_x(t)};$$

$$(6.16)$$

$$K_1^{(1)}(t) = \pm \sqrt{\frac{D_y(t)}{D_x(t)}} = \frac{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} G^2(x) p_{\xi}(x, t) dx - m_y^2(t)}}{\sigma_x(t)}.$$

При использовании второго критерия адекватности для схемы на рис. 6.2,б

$$K_0^{(2)}(t) = K_0^{(1)}(t) = m_y(t)/m_x(t);$$

$$(6.17)$$

$$K_1^{(2)}(t) = \frac{D_{xy}(t)}{D_x(t)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} xG(x) p_{\xi}(x, t) dx - m_x(t) m_y(t)}{\sigma_x^2(t)}.$$

Из решений (6.16), (6.17) следует, что коэффициенты статистической линеаризации в общем случае зависят от m_x , $G(x)$, $p_{\xi}(x, t)$. В частном случае гауссовского входного сигнала

$$K_0(t) = K_0[m_x(t), \sigma_x(t), G],$$

$$K_1(t) = K_1[m_x(t), \sigma_x(t), G];$$

$$G_0(m_x) = G_0[m_x(t), \sigma_x(t), G]. \quad (6.18)$$

Следовательно, при статистической линеаризации параметры схем на рис. 6.2 подбирают, исходя из параметров $m_x(t)$, $\sigma_x(t)$ входного гауссовского процесса.

При использовании третьего критерия адекватности применяют эквивалентную линейную схему (рис. 6.3). Можно показать [17], что ее коэффициенты статистической линеаризации $K_0(t)$, $K_1(t)$ и импульсная характеристика $w(t, \tau)$ определяются соотношениями

$$K_0^{(3)}(t) = \frac{m_y(t)}{\int_{-\infty}^{\infty} m_x(\tau) w(t, \tau) d\tau} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} G(x) p_{\xi}(x, t) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} m_x(t) w(t, \tau) d\tau},$$

$$K_1^{(3)}(t) \equiv K_1^{(1)}(t) = \pm \sqrt{\frac{D_y(t)}{D_x(t)}};$$

$$(6.19)$$

$$\int_{-\infty}^{t_1} \int_{-\infty}^{t_2} r_x(\tau_1, \tau_2) w(t_1, \tau_1) w(t_2, \tau_2) d\tau_1 d\tau_2 =$$

$$= \frac{\sigma_x(t_1) \sigma_x(t_2) r_y(t_1, t_2)}{\sigma_y(t_1) \sigma_y(t_2)}.$$

Для нахождения решений (6.19) используется один из методов статистической радиотехники — метод корреляций [2, 7, 9], позволяющий вычислить корреляционные функции гауссовского процесса на выходе произвольного БНЗ. Сущность метода сводится к разложению двумерной нормальной плотности вероятностей в ряд Эджворта. Тогда решение для ковариационной функции $y(t)$ имеет вид

$$M_y(t_1, t_2) = \langle y(t_1) y(t_2) \rangle = r_y(t_1, t_2) + m_y(t_1) m_y(t_2) =$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{c_n(t_1) c_n(t_2)}{\Gamma(n+1)} \rho_x^n(t_1, t_2). \quad (6.20)$$

Здесь $\rho_x(t_1, t_2)$ — нормированная корреляционная функция входного случайного процесса и введены коэффици-

$$c_n(t) = c_n(m_x, \sigma_x) = \int_{-\infty}^{\infty} G(\sigma_x z + m_x) \varphi^{(n)}(z) dz,$$

$$\varphi^{(n)}(z) = \frac{d^n}{dz^n} \varphi(z); \quad \varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right). \quad (6.21)$$

Коэффициенты (6.21) в методе корреляций играют фундаментальную роль: через них выражаются любые статистические характеристики случайного процесса на выходе БНЗ:

$$m_y(t) = c_0(t) = c_0(m_x, \sigma_x);$$

$$D_y(t) = r_y(t, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n^2(t)}{\Gamma(n+1)};$$

$$D_{xy}(t) = -\sigma_x(t) c_1(t);$$

$$r_y(t_1, t_2) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n(t_1)c_n(t_2)}{\Gamma(n+1)} \rho_x^n(t_1, t_2). \quad (6.22)$$

С помощью (6.22), (6.16), (6.17) нетрудно найти коэффициенты статистической линейаризации схем на рис. 6.2 при гауссовском входном процессе

$$G_0(m_x, \sigma_x) = m_y(m_x, \sigma_x) = c_0(m_x, \sigma_x);$$

$$K_0^{(1)}(m_x, \sigma_x) = K_0^{(2)}(m_x, \sigma_x) = c_0(m_x, \sigma_x) / m_x;$$

$$K_1^{(1)}(m_x, \sigma_x) = \pm \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n^2(m_x, \sigma_x)}{\Gamma(n+1)} \right\}^{1/2} / \sigma_x;$$

$$K_1^{(2)}(m_x, \sigma_x) = c_1(m_x, \sigma_x) / \sigma_x. \quad (6.23)$$

Моделирование инерционных нелинейных звеньев. Статистическая линейаризация применяется и для инерционных нелинейных звеньев (ИНЗ). Для высокочастотных ИНЗ применяется статистическая линейаризация лишь для БНЗ, а линейное звено описывается методом несущей. Для низкочастотных ИНЗ (рис. 3.5) поступают следующим образом. Вначале все БНЗ заменяют их статистическим эквивалентом в рамках метода статистической линейаризации, получая линейную следящую схему (рис. 6.4), которая описывается двумя взаимно связанными линейными дифференциальными урав-

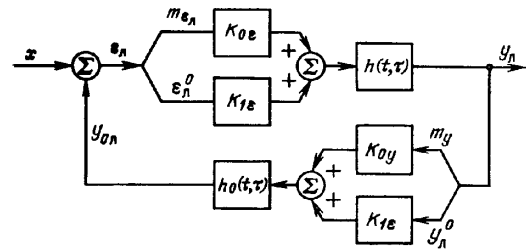


Рис. 6.4.

нениями для m_y, y^0 . Для их решения применяют операторные методы, приводящие к алгебраическим уравнениям относительно m_y и σ_y . Решая их специальными методами [16, 17], находят статистические характеристики $m_y(t), \sigma_y(t)$ и другие на выходе схемы на рис. 3.5.

6.2. ПОСТРОЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТОВ МЕТОДОМ ГАРМОНИЧЕСКОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЛИНЕАРИЗАЦИИ

Сущность метода. Этот метод применяется [17, 18] для составления статистических эквивалентов нелинейных звеньев и радиозвеньев с колебательными процессами на входе и выходе.

Рассмотрим сущность метода на примере безынерционного нелинейного радиозвена (БНРЗ) с широкополосным выходным сигналом (рис. 6.5,а), когда на его входе действует смесь

$$x(t) = m_x(t) + x^0(t) = m_{xcp} + u_c(t) + x^0(t), \quad (6.24)$$

состоящая из постоянной (усредненной по времени) составляющей $m_{xcp} = \overline{m_x(t)} = \langle x(t) \rangle$ произвольно модулированного сигнала

$$u_c(t) = E_c(t) \cos \Phi_c(t) = E_c(t) \cos [\omega_0 t - \psi_c(t)] = m_x(t) - m_{xcp} = \overline{x(t)} - \langle x(t) \rangle$$

и стационарного низкочастотного шума $x^0(t)$, имеющего нулевое математическое ожидание, дисперсию $D_x = \sigma_x^2$ и нормированную корреляционную функцию $\rho_x(\tau)$. По физическому смыслу безынерционных нелинейных пре-

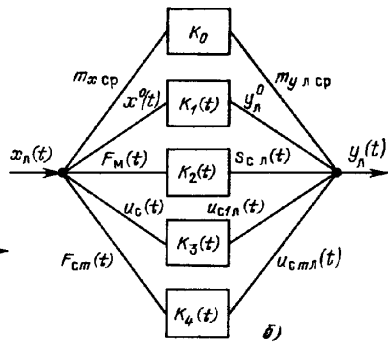
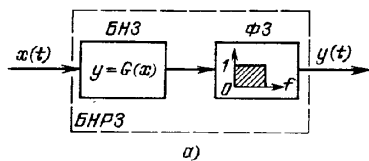


Рис. 6.5.

образований выходное напряжение схемы на рис. 6.5,а можно представить в виде

$$y(t) = m_y(t) + y^0(t) = m_{y,ср} + s_c(t) + \sum_{m=1}^{\infty} u_{c,m}(t) + y^0(t).$$

Здесь $y^0(t)$ — выходной шум; $m_y(t)$ — математическое ожидание:

$$m_y(t) = \langle y(t) \rangle = m_{y,ср} + s_c(t) + \sum_{m=1}^{\infty} u_{c,m}(t), \quad (6.25)$$

где $m_{y,ср} = \overline{m_y(t)} = \overline{\langle y(t) \rangle}$ — усредненная (по времени) постоянная составляющая; $s_c(t)$ — низкочастотный сигнал (эффект детектирования); $u_{c,m}(t) = E_{c,m}(t) \cos\{m[\omega_0 t - \psi_c(t)]\}$ — m -я гармоника выходного радиосигнала.

Сущность метода гармонической статистической линеаризации в данном случае сводится к замене схемы на рис. 6.5,а линейным статистическим эквивалентом (рис. 6.5,б), на выходе которого имеет место напряжение

$$y_{л}(t) = m_{y,л}(t) + y^0(t),$$

где постоянная составляющая

$$m_{y,л}(t) = m_{y,л,ср} + s_{c,л}(t) + u_{c,1л}(t) + \sum_{m=2}^n u_{c,m,л}(t)$$

состоит из компонент, аналогичных (6.25). Однако здесь имеется специфическая особенность — на выходе есть компоненты $s_{c,л}$, $u_{c,m,л}$ ($m \geq 2$), которых нет на входе.

Поэтому здесь, для сохранения линейной модели, надо на входе добавить составляющие $F_m(t) = E_c(t)$ или $\psi_c(t)$ в зависимости от вида модуляции и $F_{c,m}(t) = E_c(t) \cos\{m[\omega_0 t - \psi_c(t)]\}$. В результате имеем полные линейные связи в эквиваленте (рис. 6.5,б)

$$\begin{aligned} m_{y,л,ср} &= K_0 m_{x,ср}; & y_n^0(t) &= K_1(t) x^0(t); & s_{c,л}(t) &= K_2(t) F_m(t); \\ u_{c,1л}(t) &= K_3(t) u_c(t) = K_3(t) E_c(t) \cos \Phi_c(t); & & & & \\ u_{c,m,л}(t) &= K_4(t) F_{c,m}(t). & & & & \end{aligned} \quad (6.26)$$

Теперь для выбора коэффициентов гармонической статистической линеаризации $K_0, K_1 - K_4$ надо выбрать критерии статистической адекватности выходных напряжений схем на рис 6.5,а и б. Для различных компонент в работах [17, 18] предлагаются различные критерии:

равенство усредненных постоянных составляющих

$$m_{y,л,ср} = m_{y,ср} = m_y(t);$$

равенство мощностей протектированных колебаний $s_{c,л}^2(t) = s_c^2(t)$;

равенство усредненных по времени дисперсий шумов

$$D_{y,л} = r_{y,л}(0) = D_y = r_y(0), \quad \text{где}$$

$r_y(\tau) = M_y(\tau) = \overline{\langle y^0(t) y^0(t+\tau) \rangle}$ — дважды усредненная корреляционная функция шума на выходе схемы на рис. 6.5,а;

равенство усредненных по времени мощностей любой из гармоник выходных радиосигналов $u_{c,m}(t)$:

$$P_{c,m,л} = M_{u_{c,m,л}}(0) = P_{c,m} = M_{u_{c,m}}(0),$$

где $M_{u_{c,m}}(\tau) = \overline{\langle u_{c,m}(t) u_{c,m}(t+\tau) \rangle}$ — дважды усредненная ковариационная функция радиосигнала.

Применение метода контурных интегралов для расчета коэффициентов гармонической статистической линеаризации. Для получения вышеописанных решений используют один из наиболее важных методов статистической радиотехники — метод контурных интегралов [7, 14], рассмотренный в гл. 5. Используя (5.48), (6.24), после замены $p = jz$ находим:

$$\begin{aligned} y(t) &= G[x'(t)] = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{\sigma} g(jz) \exp\{j[m_{x,ср} z + z u_c(t) + z x^0(t)]\} dz. \end{aligned} \quad (6.27)$$

Заменив $u_c(t) = E_c(t) \cos \Phi_c(t)$ и используя разложение по бесселевым функциям $J_m(z)$, найдем постоянную составляющую на выходе

$$m_y(t) = \langle y(t) \rangle = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m h_{m0}(t) \cos m[\omega_0 t - \psi_c(t)]. \quad (6.28)$$

Здесь введены коэффициенты

$$h_{m0}(t) = \frac{j^m}{2\pi} \int_c g(jz) J_m[zE_c(t)] \exp(jm_x \text{cp} z) \times \\ \times \exp\left(-\frac{1}{2} \sigma_x^2 z^2\right) dz. \quad (6.29)$$

Из (6.28) следуют решения для всех компонент в (6.25):

$$m_{y \text{ cp}} = \overline{m_y(t)} = \overline{h_{00}(t)}; \\ s_c(t) = h_{00}(t) - \overline{h_{00}(t)}; \\ u_{cm}(t) = E_{cm}(t) \cos m\Phi_c(t) = \\ = 2h_{m0}(t) \cos m\Phi_c(t). \quad (6.30)$$

Аналогично находим решение дважды усредненной ковариационной функции $y(t)$ для некогерентных сигнала и шума на выходе схемы на рис. 6.5,а:

$$M_y(\tau) = \langle \overline{y(t)y(t+\tau)} \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sigma_x^{2n}}{\Gamma(n+1)} b_n(\tau) \rho_x^n(\tau), \quad (6.31)$$

где $b_n(\tau) = \left(\frac{j^n}{2\pi}\right)^2 \int_c \int_c z_1^n z_2^n g(jz_1) g(jz_2) \exp[jm_x \text{cp}(z_1 + z_2)] \exp\left[-\frac{1}{2} \sigma_x^2 (z_1^2 + z_2^2)\right] \varphi_c(z_1, z_2; \tau) dz_1 dz_2. \quad (6.32)$

Дальнейшее решение зависит от вида модуляции. Так, при амплитудной модуляции [14] имеем решение

$$M_y(\tau)|_{\text{ам}} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m \sigma_x^{2n}}{\Gamma(n+1)} R_{mn}(\tau) \rho_x^n(\tau) \cos m\omega_0 \tau, \quad (6.33)$$

где $R_{mn}(\tau) = \overline{h_{mn}(t) h_{mn}(t+\tau)}$ и введены коэффициенты

$$h_{mn}(t) = \frac{j^{m+n}}{2\pi} \int_c z^n g(jz) J_m[zE_c(t)] \exp(jm_x \text{cp} z) \times \\ \times \exp\left(-\frac{1}{2} \sigma_x^2 z^2\right) dz. \quad (6.34)$$

В частном случае при $n=0$ (6.34) совпадает с (6.29).

При фазовой модуляции имеем другое решение

$$M_y(\tau)|_{\text{фм}} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m \sigma_x^{2n}}{\Gamma(n+1)} h_{mn}^2 P_m(\tau) \rho_x^n(\tau) \cos[m\omega_0 \tau - \gamma_m(\tau)], \quad (6.35)$$

где $h_{mn} = h_{mn}(t)|_{E_c(t)=E_{c0}}$;

$$P_m(\tau) \frac{\cos \gamma_m(\tau)}{\sin \gamma_m(\tau)} = \frac{a_m(\tau)}{b_m(\tau)} = \frac{\cos \{m[\psi_c(t) - \psi_c(t+\tau)]\}}{\sin \{m[\psi_c(t) - \psi_c(t+\tau)]\}}, \quad (6.36)$$

При амплитудно-фазовой (зависимой) модуляции

$$M_y(\tau)|_{\text{афм}} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varepsilon_m \sigma_x^{2n}}{\Gamma(n+1)} P_{mn}(\tau) \rho_x^n(\tau) \cos[m\omega_0 \tau - \gamma_{mn}(\tau)], \quad (6.37)$$

где

$$P_{mn}(\tau) \frac{\cos \gamma_{mn}(\tau)}{\sin \gamma_{mn}(\tau)} = \\ = \overline{h_{mn}(t) h_{mn}(t+\tau) \frac{\cos m[\psi_c(t) - \psi_c(t+\tau)]}{\sin m[\psi_c(t) - \psi_c(t+\tau)]}}. \quad (6.38)$$

Решения (6.33), (6.35), (6.37) имеют одинаковую структуру и могут анализироваться совместно. В дальнейшем ограничимся случаем амплитудной модуляции.

Сигнальная часть $m_y(t)$ выходного эффекта схемы на рис. 6.5,а, состоящая из компонент (6.25), в решении (6.33) представлена членами при $n=0$

$$M_c(\tau) = M_{m_y}(\tau) = \overline{m_y(t) m_y(t+\tau)} = \\ = R_{00}(\tau) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} R_{m0}(\tau) \cos m\omega_0 \tau. \quad (6.39)$$

Шумовой части $y^0(t)$ выходного процесса соответствующая корреляционная функция

$$\begin{aligned} M_{ш}(\tau) &= M_{y^0}(\tau) = r_{y^0}(\tau) = \overline{y^0(t)y^0(t+\tau)} = \\ &= M_{ш-ш}(\tau) + M_{с-ш}(\tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma_x^{2n}}{\Gamma(n+1)} R_{0n}(\tau) \rho_x^n(\tau) + \\ &+ 2 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma_x^{2n}}{\Gamma(n+1)} R_{mn}(\tau) \rho_x^n(\tau) \cos m\omega_0\tau. \end{aligned} \quad (6.40)$$

Используя (6.25), находим:

$$\begin{aligned} M_{my}(\tau) &= \overline{m_y(t)m_y(t+\tau)} = \\ &= m_{y\text{cp}}^2 + \overline{s_c(t)s_c(t+\tau)} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{2} \overline{E_{mc}(t)E_{mc}(t+\tau)} \cos m\omega_0\tau. \end{aligned}$$

Сравнивая это решение с (6.39), видим, что

$$\begin{aligned} R_{00}(\tau) &= m_{y\text{cp}}^2 + \overline{s_c(t)s_c(t+\tau)}; \\ 4R_{m0}(\tau) &= \overline{E_{mc}(t)E_{mc}(t+\tau)}. \end{aligned}$$

Вернемся к эквивалентной схеме на рис. 6.5,б. Используя первый критерий адекватности схем на рис. 6.5,а, б, из формул (6.26), (6.30) найдем первый коэффициент гармонической статистической линейризации

$$K_0 = \frac{m_{y\text{cp}}}{m_{x\text{cp}}} = \frac{\overline{h_{00}(t)}}{m_{x\text{cp}}}. \quad (6.41)$$

Из формул (6.26), (6.40) на основании третьего критерия находим

$$K_1 = \pm \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sigma_x^{2(n-1)}}{\Gamma(n+1)} \left[\overline{h_{0n}^2(t)} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \overline{h_{mn}^2(t)} \right]^{1/2}. \quad (6.42)$$

На основании второго критерия при $F_M(t) = E_c(t) - \overline{E_c(t)}$ находим

$$K_2 = \left\{ \frac{[\overline{h_{00}(t) - \overline{h_{00}(t)}}]^2}{[E_c(t) - \overline{E_c(t)}]^2} \right\}^{1/2} = \left\{ \frac{\overline{h_{00}^2(t)} - [\overline{h_{00}(t)}]^2}{E_c^2(t) - [E_c(t)]^2} \right\}^{1/2}. \quad (6.43)$$

Используя четвертый критерий, из формулы (6.26) находим

$$K_3 = 2 \left\{ \frac{\overline{h_{10}^2(t)}}{E_c^2(t)} \right\}^{1/2}; \quad K_4 = 2 \left\{ \frac{\overline{h_{m0}^2(t)}}{E_c^2(t)} \right\}^{1/2}. \quad (6.44)$$

Аналогично можно провести гармоническую статистическую линейризацию и более сложных БНЗ, когда входной шум является узкополосным гауссовским, а на выходе фильтруется лишь k -я полоса биений.

6.3. ПОСТРОЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ЭКВИВАЛЕНТОВ МЕТОДОМ ГЕНЕРАЦИИ

Сущность метода проиллюстрируем на примере типового супергетеродинного радиоприемника (см. рис. 4.5). При входной смеси $u_{\Sigma} = u_c + u_n + u_{ш}$ выходное напряжение можно разбить на сигнальную и помеховую составляющие: $\eta(t) = c(t) + \xi(t)$. Для создания модели методом генерации необходимо найти алгоритмы

$$\begin{aligned} c(t) &= c[t, Q_c(t), Q_n(t), \\ &Q_{ш}(t), Q_{см}(t)]; \end{aligned} \quad (6.45a)$$

$$\begin{aligned} \xi(t) &= \xi[t, Q_c(t), Q_n(t), \\ &Q_{ш}(t), Q_{см}(t)], \end{aligned} \quad (6.45б)$$

где Q — совокупность статистических характеристик и составляющих входной смеси (сигнала, помехи, шума, смеси).

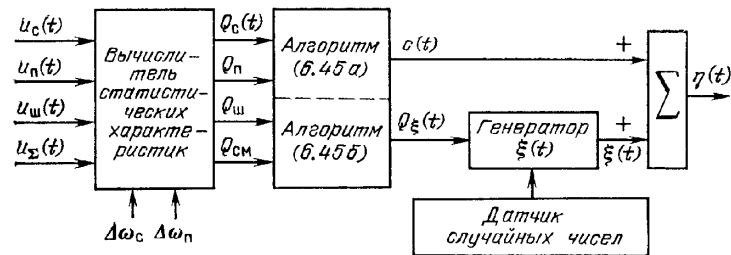


Рис. 6.6.

На основе формул (6.45) можно построить статистический эквивалент (рис. 6.6), в котором на выходе генерируются составляющие смеси под заданную статистику $Q_{\xi}(t)$, рассчитываемую в модели по формулам (6.45). Статистические характеристики Q_c , Q_n , $Q_{ш}$, $Q_{см}$ случайных процессов $u_c(t)$, $u_n(t)$, $u_{ш}(t)$, $u_{\xi}(t)$ в модели можно найти методом Монте-Карло.

6.4. ПОСТРОЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ЭКВИВАЛЕНТОВ МЕТОДОМ ФИЛЬТРАЦИИ ИНФОРМАЦИОННОГО ПАРАМЕТРА

Типы дискриминаторов и режимы их работы. В схемах *одноканальных* следящих радиоустройств основным элементом является дискриминатор (Д), обобщенная схема которого приведена на рис. 6.7. На основе совместной обработки информативных высокочастотных напряжений $x(t, \lambda)$ с сигнального входа и $y(t, \hat{\lambda})$ с опорного входа дискриминатор вырабатывает низкочастотное напряжение

$$z(\varepsilon, t) = L_{нч}(\varepsilon) = F_t\{x(t, \lambda), y(t, \hat{\lambda})\}, \quad (6.46)$$

обязательно являющееся нечетной функцией $L_{нч}$ сигнала рассогласования между отслеживаемым информативным параметром $\lambda(t)$ и его оценкой $\hat{\lambda}(t)$, вырабатываемой в генераторе, управляемого напряжением (ГУН):

$$\varepsilon(t) = \lambda(t) - \hat{\lambda}(t). \quad (6.47)$$

Существует два принципиально отличных режима работы следящих радиоустройств, для которых структура статистических эквивалентов существенно отличается.

1. **Одноцелевой режим** при неинформативной помехе (шуме). В этом случае смесь на сигнальном входе можно представить в виде $x(t, \lambda) = u_c(t, \lambda) + u_n(t)$. Здесь

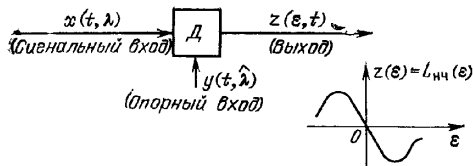


Рис. 6.7.

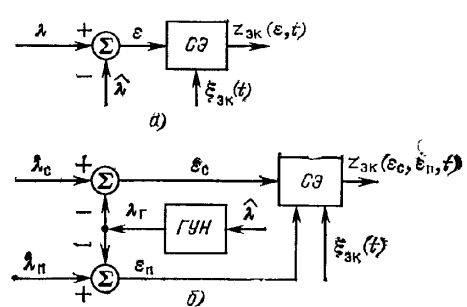


Рис. 6.8.

помеха не информативна и искажения полезной информации $\lambda(t)$ не производит. В качестве сигнала ошибки берется соотношение (6.47) и оценка $\hat{\lambda} = \lambda - \varepsilon$ «следит» за одним параметром ($\hat{\lambda} \rightarrow \lambda$), т. е. дискриминатор работает в одноцелевой ситуации.

В качестве статистического эквивалента здесь используется схема на рис. 6.8,а. Чтобы выходной эффект $z_{эк}(\varepsilon, t)$ был статистически адекватен напряжению (6.46), здесь должна быть добавлена эквивалентная помеха $\xi_{эк}(t)$.

2. **Двухцелевой режим** при информативной помехе. Имитационные помехи обычно несут в себе свой информационный параметр $\lambda_n(t)$, аналогичный сигнальному $\lambda(t) = \lambda_c(t)$. В этом случае $x(t, \lambda_c, \lambda_n) = u_c(t, \lambda_c) + u_n(t, \lambda_n)$, и для дискриминатора, вырабатывающего одну оценку $\hat{\lambda}$ возникает типичная двухцелевая ситуация с двумя сигналами ошибок

$$\varepsilon_c(t) = \lambda_c(t) - \hat{\lambda}(t);$$

$$\varepsilon_n(t) = \lambda_n(t) - \hat{\lambda}(t). \quad (6.48)$$

В этом случае статистический эквивалент имеет два входа по двум информационным параметрам λ_c , λ_n и один выход (рис. 6.8,б) $z_{эк}(\varepsilon_c, \varepsilon_n, t) = F_t\{u_c(t, \lambda_c), u_n(t, \lambda_n), y(t, \hat{\lambda})\}$.

К структурным схемам статистических эквивалентов на рис. 6.8,а, б приводят и *двухканальные* дискриминаторы, применяемые в радиопеленгаторах разностно-дальномерных систем [26—28].

Обобщенный статистический эквивалент дискриминаторов. Достаточно общую теорию построения статистических эквивалентов дискриминаторов разработали И. А. Большаков и В. Г. Репин [19, 20]. Суть этой теории сводится к следующему.

Разобьем выходное напряжение (6.46) на математическое ожидание $m_z(\varepsilon, t) = \langle z(\varepsilon, t) \rangle$ и флюктуацию $z^0(\varepsilon, t) = \xi(t)$:

$$z(\varepsilon, t) = m_z(\varepsilon, t) + \xi(t). \quad (6.49)$$

Основной статистической характеристикой случайного процесса (6.49) является корреляционная функция

$$r_z(\tau, \varepsilon, t) = \langle z^0(\varepsilon, t) z^0(\varepsilon, t + \tau) \rangle = \langle \xi(t) \xi(t + \tau) \rangle, \quad (6.50)$$

которой соответствует нестационарная спектральная плотность мощности

$$N_z(f, \varepsilon, t) = \int_{-\infty}^{\infty} r_z(\tau, \varepsilon, t) \exp(-j2\pi f\tau) d\tau. \quad (6.51)$$

При статистических усреднениях по быстрым шумовым флюктуациям медленно флюктуирующий параметр $\varepsilon(t)$ считается постоянным. В этом случае обычно случайный процесс $\xi(t)$ аппроксимируют белым шумом, для которого $r_z(\tau, \varepsilon, t) = N(\varepsilon, t) \delta(\tau)$ и

$$N(\varepsilon, t) = N_z(0, \varepsilon, t) = \int_{-\infty}^{\infty} r_z(\tau, \varepsilon, t) d\tau.$$

Сделанное допущение позволяет переписать (6.49) в виде

$$z_{\text{ЭК}}(\varepsilon, t) = m_{z_{\text{ЭК}}}(\varepsilon, t) + \sqrt{N_{\text{ЭК}}(\varepsilon, t)} \xi_N(t), \quad (6.52)$$

где $\xi_N(t)$ — белый шум с единичной спектральной плотностью мощности. Формуле (6.52) соответствует статистический эквивалент дискриминатора общего вида (рис. 6.9,а). Если положить

$$m_{z_{\text{ЭК}}}(\varepsilon, t) = m_z(\varepsilon, t); \quad N_{\text{ЭК}}(\varepsilon, t) = N(\varepsilon, t), \quad (6.53)$$

то схема на рис. 6.9,а статистически адекватна схеме дискриминатора на рис. 6.7 по третьему критерию (равенство математических ожиданий и корреляционных характеристик).

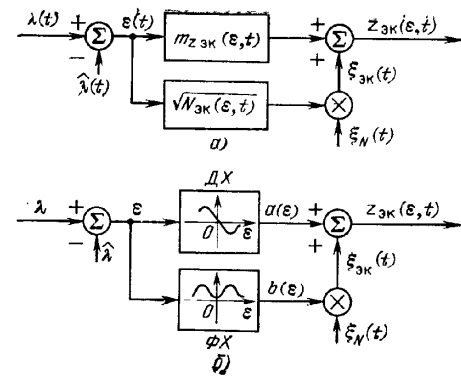


Рис. 6.9.

Если $z(\varepsilon, t)$ — стационарный случайный процесс, то $z(\varepsilon, t) \sim z_{\text{ЭК}}(\varepsilon, t) = m_z(\varepsilon) + \xi_N(t) \sqrt{N(\varepsilon)} = a(\varepsilon) + b(\varepsilon) \xi_N(t)$,

что соответствует статистическому эквиваленту на рис. 6.9,б, где введены нечетная дискриминационная характеристика (ДХ) $a(\varepsilon) = m_z(\varepsilon)$ и четная флюктуационная характеристика (ФХ) $b(\varepsilon) = \sqrt{N(\varepsilon)}$. Поведение этих характеристик реальных дискриминаторов зависит от отношения сигнал-шум [3, 20]. Линейный участок дискриминационной характеристики при $\varepsilon \rightarrow 0$ имеет крутизну

$$K_{\text{Д}} = \left. \frac{da(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0} = \left. \frac{dm_z(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=0}, \quad (6.54)$$

что позволяет аппроксимировать дискриминационную характеристику в линейном режиме слежения при малых ошибках $|\varepsilon| \ll 1$. В этом случае полагают

$$a(\varepsilon) \approx K_{\text{Д}} \varepsilon; \quad b^2(\varepsilon) \approx N_0 + N_2 \varepsilon^2;$$

$$z(\varepsilon, t) \approx K_{\text{Д}} \varepsilon + \xi(t), \quad \xi(t) = \xi_N(t) \sqrt{N_0 + N_2 \varepsilon^2}. \quad (6.55)$$

Если белый шум ξ (спектральная плотность мощности $N_{\xi} = N_0 + N_2 \varepsilon^2$) разбить на сумму двух независимых шумов $\xi_1 (N_{\xi_1} = N_0)$ и $\xi_2 (N_{\xi_2} = N_2 \varepsilon^2)$, то (6.55) можно представить в виде линейного статистического эквивалента, показанного на рис. 6.10:

$$z(\varepsilon, t) \approx K_{\text{Д}} \{ [1 + \eta_{\text{ЭК}}(t)] \varepsilon(t) + \xi_{\text{ЭК}}(t) \}. \quad (6.56)$$

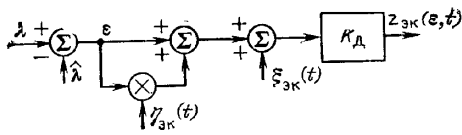


Рис. 6.10.

Здесь $\xi_{\text{эк}}(t)$ и $\eta_{\text{эк}}(t)$ — аддитивная (эквивалентная) и мультипликативная (параметрическая) составляющие шума, имеющие спектральные плотности

$$N_{\xi_{\text{эк}}} = N_{\eta_{\text{эк}}} = N_0 / K_{\text{Д}}^2; \quad N_{\eta_{\text{эк}}} = N_{\text{пар}} = N_2 / K_{\text{Д}}^2.$$

В работах [3, 21] приведен еще один способ представления статистического эквивалента дискриминаторов (рис. 6.8) — зависимость (6.49) предлагается аппроксимировать степенным рядом по малому параметру ε :

$$z(\varepsilon, t) = z_{\text{эк}}(\varepsilon, t) \sim \sum_{i=0}^M \xi_i(t) \varepsilon^i = \xi_0(t) + \xi_1(t) \varepsilon + \xi_2(t) \varepsilon^2. \quad (6.57)$$

Здесь $\xi_i(t)$ постулируются в виде стационарных случайных процессов $\xi_i(t) = m_{\xi_i} + \xi_i^0(t)$, взаимно независимых. В этом случае (рис. 6.11)

$$z_{\text{эк}}(\varepsilon, t) \sim \sum_{i=0}^M m_{\xi_i} \varepsilon^i + \sum_{i=0}^M \xi_i^0(t) \varepsilon^i = m_z(\varepsilon) + \xi(\varepsilon, t). \quad (6.58)$$

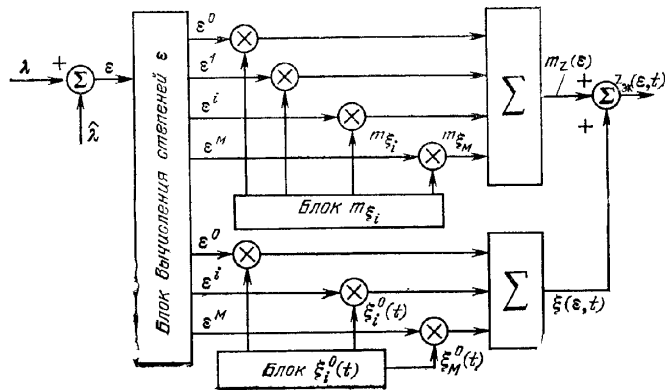


Рис. 6.11.

6.5. ЭКВИВАЛЕНТЫ ДИСКРИМИНАТОРОВ ПРИ ОТСУТСТВИИ ПОМЕХ

Дискриминатор типа коррелятора. Коррелятор является одним из самых распространенных звеньев радиоустройств. Так, он является основным элементом оптимальных радиоприемных устройств [8, 22], выполняет роль дискриминатора в следящих радиоизмерителях [20] различного назначения.

В идеализированном виде коррелятор (рис. 6.12) состоит из перемножителя (коэффициент перемножения $K_{\text{ПМ}}$), формирующего звена (ФЗ), выделяющего без искажений с единичным усилением полосу биений, и выходного накопителя типа линейного ФНЧ с импульсной характеристикой $h(t, \tau)$ или интегратора.

Безынерционная часть коррелятора (на рис. 6.12 обведена штриховой линией) вырабатывает напряжение

$$z(\varepsilon, t) = K_{\text{ПМ}} x(t, \lambda) y(t, \lambda) \Big|_{\text{в полосе ФЗ}} \quad (6.59)$$

Выходной сигнал коррелятора

$$z_K(t) \begin{cases} \int_0^{\infty} z(t - \tau) h(t, \tau) d\tau, \\ \int_0^T z(t) dt = z_K(T). \end{cases} \quad (6.60)$$

Эквивалент коррелятора для узкополосных радиосигналов. Постулируем входной и опорный радиосигналы в виде квазигармонических колебаний

$$\begin{aligned} x(t, \lambda) &= u_c(t, \lambda) = \text{Re} \{ \dot{E}_c(t, \lambda) \exp(j\omega_c t) \}; \\ y(t, \hat{\lambda}) &= u_{\text{оп}}(t, \hat{\lambda}) = \text{Re} \{ \dot{E}_0(t, \hat{\lambda}) \exp(j\omega_0 t) \}. \end{aligned} \quad (6.61)$$

где \dot{E}_c , \dot{E}_0 — комплексные огибающие. Введя расстройку частот $\Delta\omega = \omega_c - \omega_0$, из формулы (6.59) найдем:

$$\begin{aligned} z(\varepsilon, t) &= z(\lambda, \hat{\lambda} = \lambda - \varepsilon, t) = \\ &= 0,5 K_{\text{ПМ}} \text{Re} \{ \dot{E}_c(t, \lambda) \dot{E}_0^*(t, \hat{\lambda}) \exp(j \Delta\omega t) \} = \\ &= 0,5 K_{\text{ПМ}} \text{Re} \{ E_c(t, \lambda) E_0(t, \hat{\lambda}) \exp[j(\Phi_c(t, \lambda) - \Phi_0(t, \hat{\lambda}))] \}, \end{aligned} \quad (6.62)$$

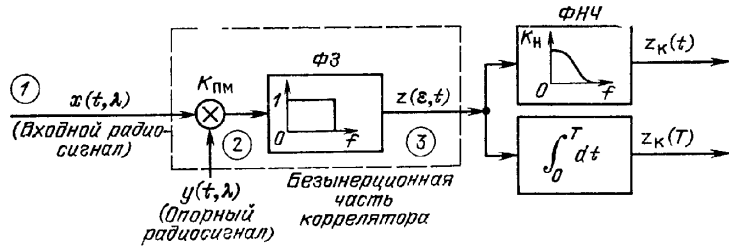


Рис. 6.12.

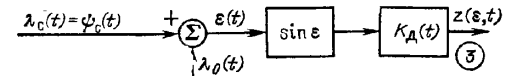


Рис. 6.13.

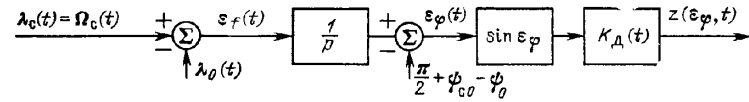


Рис. 6.14.

где

$$\begin{aligned} \dot{E}_c(t, \lambda) &= E_c(t, \lambda) \exp[-j\psi_c(t, \lambda)]; \\ \dot{E}_0(t, \hat{\lambda}) &= E_0(t, \hat{\lambda}) \exp[-j\psi_0(t, \hat{\lambda})]; \\ \Phi_c(t, \lambda) &= \omega_c t - \psi_c(t, \lambda); \quad \Phi_0(t, \hat{\lambda}) = \omega_0 t - \psi_0(t, \hat{\lambda}). \end{aligned} \quad (6.63)$$

Дальнейшее решение и вид эквивалента зависят от вида информационного параметра.

При слежении за полной фазой радиосигнала, когда

$$\begin{aligned} \lambda &= \Phi_c(t, \lambda), \quad \hat{\lambda} = \Phi_0(t, \hat{\lambda}), \text{ имеем} \\ z(\epsilon, t) &= K_D(t) \sin \epsilon(t), \end{aligned} \quad (6.64)$$

где введен сигнал ошибки

$$\begin{aligned} \epsilon(t) &= \frac{\pi}{2} - [\Phi_c(t, \lambda) - \Phi_0(t, \hat{\lambda})] = \frac{\pi}{2} \lambda(t) + \hat{\lambda}(t) = \\ &= \psi_c(t) - \left[\psi_0(t) + \Delta\omega t - \frac{\pi}{2} \right] = \lambda_c(t) - \lambda_0(t) \end{aligned} \quad (6.65)$$

и крутизна дискриминационной характеристики

$$K_D(t) = 0,5 K_{ПМ} E_c(t) E_0(t), \quad (6.66)$$

а также $\lambda_0(t) = \psi_0(t) + \Delta\omega t - \pi/2$. Эквивалент (6.64) показан на рис. 6.13. Подобный эквивалент можно применять при математическом моделировании схем ФАПЧ в отсутствие помех при слежении за полной фазой. При слежении за частотой (через фазу) следует считать $\lambda = d\psi_c/dt$, $\hat{\lambda} = d\psi_0/dt$. В этом случае

$$z(\epsilon_f, t) = K_D(t) \sin \epsilon_f(t), \quad (6.67)$$

где следует ввести два сигнала ошибки

$$\begin{aligned} \epsilon_\varphi(t) &= \frac{\pi}{2} + \psi_{c0} - \psi_0 + \int_0^t \epsilon_f(t) dt, \quad \epsilon_f(t) = \lambda_c(t) - \lambda_0(t); \\ \lambda_c(t) &= \Omega_c(t); \end{aligned}$$

$$\lambda_0(t) = \Omega_0(t) + \Delta\omega = \hat{\lambda}(t) + \Delta\omega = d\psi_0/dt + \Delta\omega. \quad (6.68)$$

Коэффициент $K_D(t)$ определен (6.66).

Алгоритмам (6.66) — (6.68) соответствует эквивалент на рис. 6.14.

6.6. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЭКВИВАЛЕНТЫ ДИСКРИМИНАТОРОВ В ПРИСУТСТВИИ НЕИНФОРМАТИВНЫХ ПОМЕХ

Проиллюстрируем на примерах методы построения статистических эквивалентов одноканальных дискриминаторов в присутствии на сигнальном входе шумовых неинформативных помех.

Пример 6.1. Рассмотрим вновь безынерционную часть коррелятора (рис. 6.12), который обычно используется в качестве фазового дискриминатора в схеме ФАП (см. гл. 7), полагая, что опорный радиосигнал вырабатывается генератором, управляемым напряжением (ГУН).

Входную смесь $x(t, \lambda)$ постулируем в виде (5.1), но без предположения о наличии помех ($E_n=0$). Тогда вместо (6.61)¹ запишем

$$x(t, \lambda) = \text{Re}\{E_c \exp[j\Phi_c(t, \lambda)]\} + \text{Re}\{R \exp[j\Phi_m(t)]\};$$

$$y(t, \hat{\lambda}) = \text{Re}\{E_r \exp[j\Phi_1(t, \hat{\lambda})]\}, \quad (6.69)$$

¹ Для сокращения записи аргумент t при выводе формул статистического эквивалента опущен.

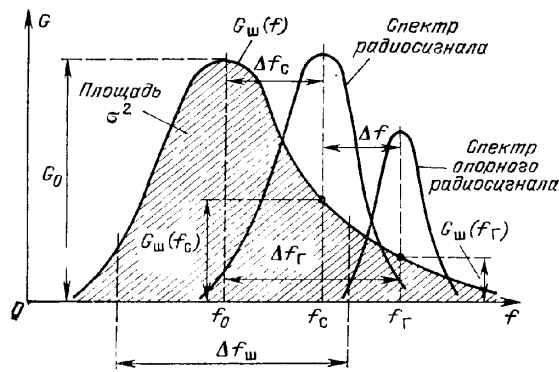


Рис. 6.15.

где введены полные фазы

$$\begin{aligned} \Phi_c(t, \lambda) &= \omega_c t - \lambda; \quad \Phi_{ш}(t) = \omega_0 t - \theta; \quad \Phi_{\Gamma}(t, \hat{\lambda}) = \\ &= \omega_{\Gamma} t - \psi_{\Gamma 0} - \hat{\lambda} \end{aligned} \quad (6.70)$$

с учетом частотных расстройек спектров (рис. 6.15)

$$\Delta\omega_c = \omega_c - \omega_0; \quad \Delta\omega_{\Gamma} = \omega_{\Gamma} - \omega_0; \quad \Delta\omega = \omega_{\Gamma} - \omega_c = \Delta\omega_{\Gamma} - \Delta\omega_c. \quad (6.71)$$

Статистические характеристики гауссовского шума с комплексной огибающей $\hat{R} = Re^{-j\theta} = A - jB$ будем полностью описывать (см. пример 5.1) дисперсией $\sigma^2 = \langle A^2 \rangle = \langle B^2 \rangle$, шумовой полосой $\Delta f_{ш}$ и двумя корреляционными функциями $r_N(\tau)$, $s_N(\tau)$ или их аналогами в полярных координатах $\rho(\tau)$, $\gamma(\tau)$.

Подставив (6.69) в (6.59), получим для выходного напряжения дискриминатора решение

$$z(t) = 0,5K_{ПМ}E_{\Gamma} [E_c \cos(\Phi_c - \Phi_{\Gamma}) + R \cos(\Phi_{ш} - \Phi_{\Gamma})].$$

Введем сигнал ошибки дискриминатора вида (6.65)

$$\varepsilon(t) = (\pi/2) - [\Phi_c(t) - \Phi_{\Gamma}(t)] = \lambda_c(t) - \lambda_{\Gamma}(t), \quad (6.72)$$

где

$$\lambda_c(t) = \psi_c(t); \quad \lambda_{\Gamma}(t) = \hat{\lambda}(t) - \Delta\omega t + \psi_{\Gamma 0}(t) - \pi/2. \quad (6.73)$$

Тогда

$$z(\varepsilon, t) = K(t) [z_c(\varepsilon, t) + \xi(t)], \quad (6.74)$$

где

$$K(t) = 0,5K_{ПМ}E_{\Gamma}(t); \quad z_c(\varepsilon, t) = E_c(t) \sin \varepsilon(t) \quad (6.75)$$

и введена шумовая составляющая

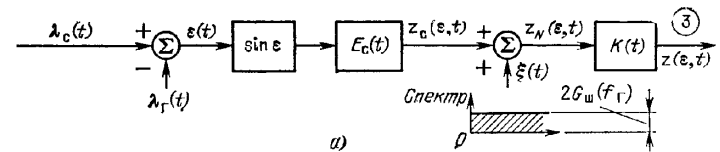


Рис. 6.16.

$$\begin{aligned} \xi(t) &= R(t) \sin [\pi/2 + \Phi_{\Gamma}(t) - \Phi_m(t)] = R(t) \sin [\theta(t) + \varphi(t)] = \\ &= B(t) \cos \varphi(t) + A(t) \sin \varphi(t), \end{aligned}$$

$$\varphi(t) = \Delta\omega_{\Gamma} t - \hat{\lambda}(t) + \pi/2 - \psi_{\Gamma 0}(t), \quad (6.76)$$

аппроксимируемая белым шумом¹ со спектральной плотностью $G_{\xi}(f) = 2G_{ш}(f_{\Gamma})$ (рис. 6.15).

Алгоритмам (6.74)–(6.76) соответствует первая форма статистического эквивалента фазового дискриминатора (рис. 6.16,а).

Если представить шумовую компоненту (6.76) в виде

$$\xi(t) = \xi(\varepsilon, t) = \xi_s(t) \sin \varepsilon(t) + \xi_c(t) \cos \varepsilon(t), \quad (6.77)$$

где

$$\begin{aligned} \xi_s(t) &= R(t) \frac{\cos}{\sin} [\theta(t) + \Delta\omega_c t - \lambda_c(t)] = \\ &= B(t) \frac{\sin}{\cos} [\lambda_c(t) - \Delta\omega_c t] \pm A(t) \frac{\cos}{\sin} [\lambda_c(t) - \Delta\omega_c t] \end{aligned} \quad (6.78)$$

— статистически независимые шумы с одинаковой спектральной плотностью $G_{\xi_c}(f) = G_{\xi_s}(f) = 2G_{ш}(f_c)$ (рис. 6.15), то приходим ко второй форме статистического эквивалента фазового дискриминатора (рис. 6.16,б).

Если в статистическом эквиваленте на рис. 6.16,б положить $K(t)E_c(t) = K_{\Delta}$ и применить условия высокоточного слежения $|\varepsilon| \ll 1$, $\sin \varepsilon \approx \varepsilon$, $\cos \varepsilon \approx 1$, то придем к линейной модели на рис. 6.10, где $\eta_{\text{шк}} = \xi_s/E_c$, $\xi_{\text{шк}} = \xi_c/E_c$.

¹ Это можно показать, вычислив корреляционную функцию $r_{\xi}(\tau) = \sigma^2 \rho(\tau) \cos[\Delta\omega_{\Gamma} \tau + \gamma(\tau)]$.

6.7. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ЭКВИВАЛЕНТЫ ДИСКРИМИНАТОРОВ В ПРИСУТСТВИИ ИНФОРМАТИВНЫХ ПОМЕХ

В настоящее время получили широкое распространение имитационные (сигналоподобные) помехи, несущие обычно некоторую вредную информацию, предназначенную для подавления полезных радиосигналов. Подобные помехи чаще всего вырабатываются путем ретрансляции полезного радиосигнала с дополнительной помеховой модуляцией [31]. Обобщенная схема формирования таких помех из сигнала $u_c(t, \lambda_c) = \text{Re}\{\dot{E}_c(t, \lambda_c) \exp(j\omega_c t)\}$ с комплексной огибающей $\dot{E}_c(t, \lambda_c)$ показана на рис. 6.17.

Комплексная огибающая задерживается в линии задержки (ЛЗ) на время τ_n и модулируется помеховой «амплитудной» $\xi(t)$ и «фазовой» $\eta(t)$ функциями. Выходной сигнал $u_n(t, \lambda_n) = u_n(t, \lambda_c, \lambda_n) = \text{Re}\{\dot{E}_n(t, \lambda_c, \lambda_n) \exp(j\omega_c t)\}$ имеет комплексную огибающую

$$\dot{E}_n(t, \lambda_c, \lambda_n) = K_n \dot{E}_c(t - \tau_n, \lambda_c) \dot{E}_m(t, \xi, \eta), \quad (6.79)$$

где комплексная модулирующая функция

$$E_m(t, \xi, \eta) = [1 + \xi(t)] \exp[-j\eta(t)]. \quad (6.80)$$

В качестве параметров помехи, которые можно считать информационными, можно брать в зависимости от постановки задачи параметры $\lambda_n = \lambda_n(t) = [\tau_n, \xi(t), \eta(t)]$.

Рассмотрим пример на составление статистического эквивалента фазового дискриминатора в присутствии имитационной помехи.

Пример 6.2. Рассмотрим вновь безынерционную часть коррелятора на рис. 6.12 в качестве фазового дискриминатора. Пусть теперь входная смесь содержит сигнал, имитационную помеху (6.79) и гауссовский узкополосный радиосум:

$$x(t, \lambda_c, \lambda_n) = \text{Re}\{E_c \exp[j\Phi_c(t, \lambda_c)]\} + \text{Re}\{E_n \exp[j\Phi_n(t, \lambda_n)]\} + \text{Re}\{R \exp[j\Phi_m(t)]\}.$$

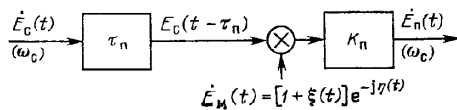


Рис. 6.17.

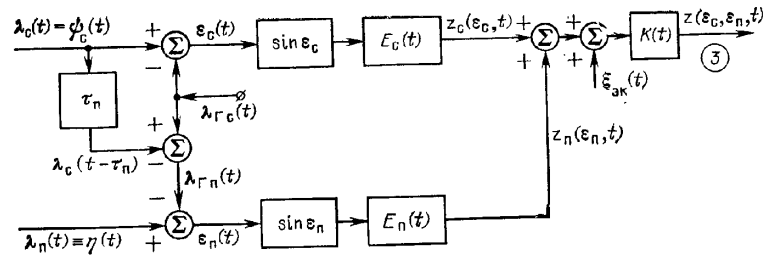


Рис. 6.18.

Здесь в соответствии со схемой на рис. 6.17 имеем $\Phi_c(t, \lambda_c) = \omega_c t - \lambda_c(t)$; $\Phi_n(t, \lambda_n) = \omega_c t - [\lambda_n(t) + \lambda_c(t - \tau_n)]$; $\Phi_m(t) = \omega_c t - \theta(t)$; $E_n(t) = K_n E_c(t - \tau_n)$, а под информационным параметром помехи подразумевается ее фазовая модуляция $\lambda_n(t) \equiv \eta(t)$.

Опорное напряжение постулируем в виде (6.69), (6.70) при $\phi_{\Gamma 0} = 0$. Тогда выходное напряжение фазового дискриминатора представим в виде

$$z(t) = z(\epsilon_c, \epsilon_n, t) = K(t) [z_c(\epsilon_c, t) + z_n(\epsilon_n, t) + \xi_{ак}(t)], \quad (6.81)$$

где $K(t)$ определяется формулой (6.75) и введены сигнальная и помеховая составляющие

$$z_c(\epsilon_c, t) = E_c(t) \sin \epsilon_c(t); \quad z_n(\epsilon_n, t) = E_n(t) \sin \epsilon_n(t), \quad (6.82)$$

шумовая составляющая

$$\xi_{ак}(t) = R(t) \sin [\pi/2 + \Phi_{\Gamma}(t) - \Phi_m(t)], \quad (6.83)$$

совпадающая с (6.76). В формулах (6.82) введены сигналы ошибок

$$\epsilon_c(t) = (\pi/2) - [\Phi_c(t) - \Phi_{\Gamma}(t)] = \lambda_c(t) - \lambda_{\Gamma c}(t);$$

$$\epsilon_n(t) = (\pi/2) - [\Phi_n(t) - \Phi_{\Gamma}(t)] = \lambda_n(t) - \lambda_{\Gamma n}(t), \quad (6.84)$$

где

$$\lambda_{\Gamma c}(t) = \hat{\lambda}(t) - \Delta\omega t - \pi/2; \quad \lambda_{\Gamma n}(t) = \lambda_{\Gamma c}(t) - \lambda_c(t - \tau_n). \quad (6.85)$$

Полученные решения приводят нас к статистическому эквиваленту фазового дискриминатора (рис. 6.20), который свидетельствует о наличии (из-за информативных помех) типичной двухцелевой ситуации, о которой говорилось выше.

Обращает на себя внимание наличие параметрических усиленных звеньев в каналах сигнала и помехи. Сигналы ошибок по сигналу и помехи имеют различие, которое является причиной наличия систематических ошибок смещения в измерительных системах (типа ФАПЧ) из-за информативной помехи.

Литература: Основная [2, 3, 6—8, 10, 17, 18, 20, 22, 23, 31], дополнительная [9, 12, 13, 16, 19, 20, 26—28]

помощью линейного фильтра с импульсной характеристикой $h(t, \tau)$.

Структурная схема оптимального демодулятора для случая белого гауссовского шума $n(t)$ с нестационарной спектральной плотностью $N_0(t)$ и гауссовских процессов $s(t)$ и $\lambda(t)$ с заданной корреляционной функцией $r_s(t, u)$ (рис. 7.4,а) состоит из оптимального дискриминатора (ОД), ГУН и оптимального линейного фильтра (ОЛФ) с импульсной характеристикой

$$h_0(t, t - \tau) = \omega(t, u) = r_s(t, u), \quad (7.1)$$

принципиально не реализуемого. Оптимальные оценки $\hat{s}(t)$, $\hat{\lambda}(t)$ разделены тем же фильтром с импульсной характеристикой $h(t, \tau)$, что и в схеме рис. 7.3. Оптимальный дискриминатор, как видно из рис. 7.4,б, работает от двух опорных напряжений, вырабатываемых ГУН:

$$y_1(t, \hat{\lambda}) = u_c(t, \hat{\lambda}); \quad y_2(t, \hat{\lambda}) = du_c(t, \hat{\lambda})/d\hat{\lambda}, \quad (7.2)$$

где $u_c(t, \lambda)$ — радиосигнал в смеси.

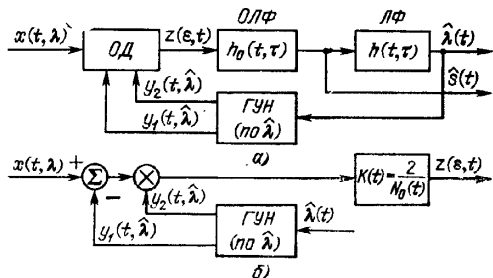


Рис. 7.4.

Теория оптимальных демодуляторов с текущей оценкой по байесовскому критерию при гауссовском шуме $n(t)$ и параметре $\lambda(t)$ при аддитивной смеси была развита Большаковым И. А. и Репиным В. Г. [2, 20]. Схемы оптимального дискриминатора и генератора таких оптимальных демодуляторов (рис. 7.5,а) не отличаются от схем на рис. 7.4,а,б. Все отличие в оптимальном линейном фильтре, управляемом (адаптивном) и реализуемом. Для этого в специальном блоке точности (БТ) от трех опорных радиосигналов ГУН (рис. 7.5,б)

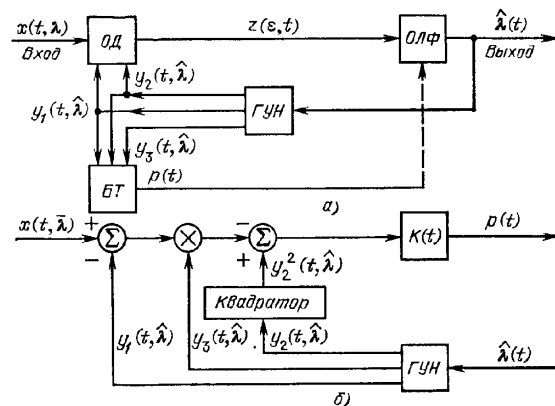


Рис. 7.5.

$$y_1(t, \hat{\lambda}) = u_c(t, \hat{\lambda}); \quad y_2(t, \hat{\lambda}) = \frac{\partial u_c(t, \hat{\lambda})}{\partial \hat{\lambda}}; \quad y_3(t, \hat{\lambda}) = \frac{\partial^2 u_c(t, \hat{\lambda})}{\partial \hat{\lambda}^2} \quad (7.3)$$

на выходе усилителя с коэффициентом усиления $K(t) = 2/N_0(t)$ формируется управляющая функция $p(t)$.

Существует и третье направление оптимальных демодуляторов (Р. Л. Стратонович, В. И. Тихонов, И. Н. Амиантов, Ю. Г. Сосулин и др). [2] при допущении марковости шума $n(t)$ и параметра $\lambda(t)$ с формированием оптимальных оценок по текущей апостериорной плотности вероятностей. Решения здесь несколько отличаются от вышеописанных в основном схемой оптимального линейного фильтра.

Существуют следующие радиоустройства и системы двух- и многоканального типа, например моноимпульсные радиопеленгаторы [24], когда выходной сигнал дискриминатора $z(\varepsilon, t)$ вырабатывается из нескольких

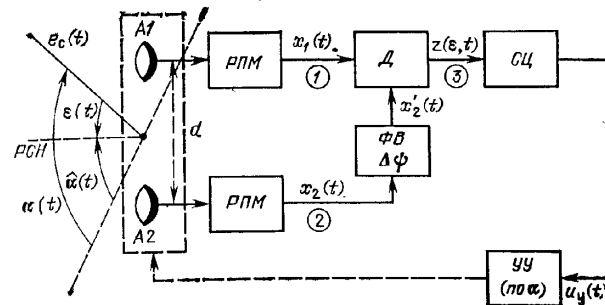


Рис. 7.6.

входных радиосигналов, несущих информацию о сигнале ошибки ε . Рассмотрим в качестве примера схему однобазового следящего фазового радиопеленгатора (рис. 7.6). Здесь в качестве сигнала ошибки используется разность угловых положений

$$\varepsilon = \alpha - \hat{\alpha}, \quad (7.4)$$

где α — пеленг радиосигнала; $\hat{\alpha}$ — отработанное угловое положение следящей антенной платформы, состоящей из двух разнесенных (на базу d) слабонаправленных антенн $A1$, $A2$. Информация о сигнале ошибки (7.4) заложена в разность хода радиосигналов, принятых на обе антенны,

$$\tau = \tau(\varepsilon) = (d/c) \sin \varepsilon, \quad (7.5)$$

так что на входах 1, 2 дискриминатора (Д) после усиления сигналов в радиоприемниках (РПМ) имеем напряжения

$$x_1(t) \sim e_c(t) = \text{Re}\{E_c(t) \exp[j\omega_c t - \psi_c(t)]\},$$

$$x_2(t) \sim e_c[t - \tau(\varepsilon)] = \text{Re}\{E_c[t - \tau(\varepsilon)] \exp[j\omega_c [t - \tau(\varepsilon)]] \exp[-j\psi_c[t - \tau(\varepsilon)]]\}.$$

Если дискриминатор выполнен в виде фазового дискриминатора типа коррелятора (рис. 7.2,а), на его выходе имеем напряжение

$$z(\varepsilon, t) = 0,5K_{\text{ПМ}} \text{Re}\{\dot{E}_c(t) \dot{E}_c^*(t - \tau) \exp[j(\omega_c \tau - \pi/2)]\} = \\ = 0,5K_{\text{ПМ}} E_c(t) E_c(t - \tau) \sin[\omega_c \tau + \psi_c(t - \tau) - \psi_c(t)].$$

Обычно величина τ столь мала, что для любого даже широкополосного радиосигнала можно положить $E_c(t - \tau) \approx E_c(t)$, $\psi_c(t - \tau) \approx \psi_c(t)$, что дает

$$z(\varepsilon, t) \approx K_{\text{Д}}(t) \sin \omega_c \tau(\varepsilon) = K_{\text{Д}}(t) \sin(2\pi d \sin \varepsilon / \lambda_c),$$

где

$$K_{\text{Д}}(t) = 0,5K_{\text{ПМ}} E_c^2(t). \quad (7.6)$$

Это уравнение типичной нечетной дискриминационной характеристики, как и в одноканальных следящих радиоустройствах (рис. 7.1). Поэтому в рассмотренном примере двухканальная схема следящего радиоустрой-

ства приводит к одноцелевой ситуации (один пеленгуемый радиосигнал) и одинаковой однопетлевой эквивалентной схеме типа на рис. 7.1.

7.2. СУЩНОСТЬ МЕТОДА ИНФОРМАЦИОННОГО ПАРАМЕТРА

Сущность метода информационного параметра, являющегося одним из основных методов математического моделирования следящих радиосистем и радиоустройств (рис. 7.1), заключается в их замене петлей автоматического регулирования (рис. 7.7) с входным воздействием в виде информационного параметра $\lambda(t)$. Совершенно очевидны этапы решения подобной задачи математического моделирования:

1) замена входной смеси $x(t, \lambda)$ информационным параметром $\lambda(t)$, а в двухцелевой ситуации двумя параметрами $\lambda_c(t)$, $\lambda_n(t)$;

2) замена дискриминатора его статистическим эквивалентом (СЭ);

3) замена ГУН низкочастотной моделью;

4) составление математического описания петли автоматического регулирования (рис. 7.7) с дальнейшим переводом полученных алгоритмов на цифровую модель.

При выполнении вышеуказанных этапов сглаживающая цепь (СП) остается без изменений, как и в реальной схеме.

На этапе 4 применяют следующие способы математического описания моделей на рис. 7.7:

а) интегральные (интегродифференциальные) уравнения — каждое звено описывается временными методами, что позволяет получить систему интегродифференциальных уравнений;

б) дифференциальные уравнения — исходя из первого способа (или другими методами) можно найти дифференциальное уравнение высокого порядка, описывающее схему модели типа на рис. 7.7;

в) предварительное упрощение.

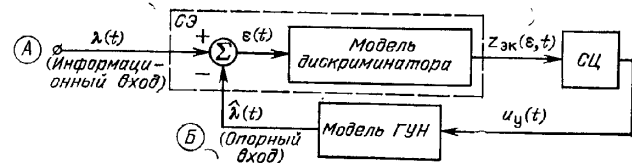


Рис. 7.7.

В теории автоматического регулирования разработано много способов исследования (временные, частотные) петель слежения типа на рис. 7.7 (способы линеаризации и др.), которые можно использовать для предварительного упрощения математического описания модели.

Модель на рис. 7.7, являющаяся универсальной для всех следящих радиосистем и радиоустройств, позволяет осуществлять их моделирование с единых позиций. Значение подобных универсальных моделей в задачах исследования порой весьма сложных радиосистем трудно переоценить. Главным вопросом математического моделирования является обеспечение статистической адекватности модели на рис. 7.7 и реальной следящей схемы на рис. 7.1. Обычно удовлетворяются идентичностью дифференциальных уравнений по оценке $\hat{\lambda}(t)$ или сигналу ошибки $\varepsilon(t) = \lambda(t) - \hat{\lambda}(t)$.

7.3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ГЕНЕРАТОРА, УПРАВЛЯЕМОГО НАПРЯЖЕНИЕМ

Простейшая модель ГУН, управляемого по частоте. Для составления математической модели на рис. 7.7 и нахождения статистического эквивалента дискриминатора необходимо использовать один из методов статистических эквивалентов (см. гл. 6), в частности метод фильтрации информационного параметра. Рассмотрим методы моделирования ГУН, взяв в качестве примера модель ГУН в схеме ФАП на рис. 7.2,а (управление по частоте).

Постулируем выходное напряжение ГУН (это необходимо для стыковки со схемами статистического эквивалента дискриминаторов в гл. 6) в виде

$$y[t, \hat{\lambda}(t)] = u_{\Gamma}(t) = E_{\Gamma}(t) \cos \Phi_{\Gamma}(t), \quad (7.7)$$

где $\Phi_{\Gamma}(t) = \omega_{\Gamma}t - \hat{\lambda}(t) - \psi_{\Gamma 0}(t)$. При этом компонента $\hat{\lambda}(t)$ и частота $\omega_{\Gamma} = \omega_{\Gamma}(t)$ считаются управляемыми входным напряжением ГУН $u_{\Gamma}(t)$. Величина $\psi_{\Gamma 0}(t)$ учитывает лишь начальные фазовые флуктуации ГУН при $u_{\Gamma} = 0$, а амплитудная функция $E_{\Gamma}(t)$ — обратную связь через управляющее напряжение $u_{\Gamma}(t)$ (при $u_{\Gamma} = 0$ имеем $E_{\Gamma}(t) = E_{\Gamma 0} = \text{const}$).

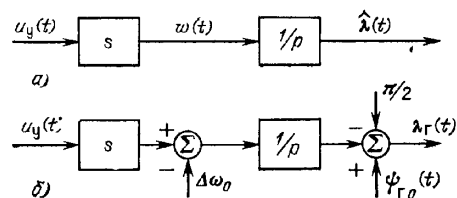


Рис. 7.8.

Простейшая модель ГУН постулирует линейную управляемую частотную характеристику

$$\omega_{\Gamma} = \omega_{\Gamma}(u_{\Gamma}) = \omega_{\Gamma 0} - s u_{\Gamma} \quad (7.8)$$

регулировочной зависимости, где

$$\omega_{\Gamma 0} = \omega_{\Gamma}(u_{\Gamma})|_{u_{\Gamma}=0} \quad (7.9)$$

— начальная частота ГУН в отсутствие управляющего напряжения. Поэтому при $u_{\Gamma}(t) = 0$ напряжение ГУН (7.7) получаем в виде

$$y_0(t) = y[t, \hat{\lambda}(t)]|_{u_{\Gamma}=0} = E_{\Gamma 0} \cos [\omega_{\Gamma 0}t - \psi_{\Gamma 0}(t)]. \quad (7.10)$$

Учитывая (7.8), получаем полную фазу ГУН

$$\Phi_{\Gamma}(t) = \int_0^t \omega_{\Gamma}(t) dt - \psi_{\Gamma 0}(t) = \omega_{\Gamma 0}t - \psi_{\Gamma 0}(t) - \hat{\lambda}(t), \quad (7.11)$$

где

$$\hat{\lambda}(t) = \int_0^t s u_{\Gamma}(t) dt = \int_0^t \omega(t) dt; \quad (7.12a)$$

$$\hat{\lambda}'(t) = \omega(t) = s u_{\Gamma}(t). \quad (7.12b)$$

Алгоритму (7.12a) соответствует простейшая модель ГУН в виде интегратора на рис. 7.8,а. Более полная модель ГУН, как того требует модель фазового дискриминатора (рис. 6.16), показана на рис. 7.8,б. Здесь выходным процессом является фаза ГУН

$$\lambda_{\Gamma}(t) = \hat{\lambda}(t) - \Delta\omega_0 t + \psi_{\Gamma 0}(t) - \frac{\pi}{2} = \int_0^t \omega(t) dt - \Delta\omega_0 t + \psi_{\Gamma 0}(t) -$$

$$-\frac{\pi}{2} = \int_0^t [w(t) - \Delta\omega_0] dt + \psi_{\Gamma 0}(t) - \frac{\pi}{2},$$

$$\Delta\omega_0 = \omega_{\Gamma 0} - \omega_c, \quad (7.13)$$

— начальная расстройка частоты ГУН ($u_y=0$) и внешнего радиосигнала.

В простейшей модели ГУН (рис. 7.8,а) обычно не учитываются амплитудные и начальные фазовые флюктуации.

$$E_{\Gamma}(t) = E_{\Gamma 0} = \text{const}; \quad \psi_{\Gamma 0}(t) - \pi/2 = 0. \quad (7.14)$$

В этом случае выходное напряжение ГУН равно

$$y[t, \hat{\lambda}(t)] = E_{\Gamma 0} \sin[\omega_{\Gamma 0} t - \hat{\lambda}(t)], \quad (7.15a)$$

где

$$\hat{\lambda}(t) = \int_0^t [w(t) - \Delta\omega_0] dt = \int_0^t [su_y(t) - \Delta\omega_0] dt. \quad (7.15б)$$

Усложненная модель ГУН. Эта модель может быть получена методом укороченных дифференциальных уравнений (см. пример 5.3) на основе принципиальной схемы на рис. 4.2. При этом можно в качестве усложненной модели ГУН взять полную модель на рис. 5.13 или ее линеаризованный вариант на рис. 5.14. Отличительной особенностью усложненных моделей является наличие в качестве выходных эффектов амплитудных $E_{\Gamma}(t)$ и начальных фазовых $\psi_{\Gamma 0}(t)$ флюктуаций ГУН, которые входят в схемы статистических эквивалентов дискриминаторов (см. гл. 6).

7.4. ПРИМЕР МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАДИОСИСТЕМ И РАДИОУСТРОЙСТВ МЕТОДОМ ИНФОРМАЦИОННОГО ПАРАМЕТРА

Найдем математическую модель схемы ФАП на рис. 7.2,а при ее слежении за полной фазой входного радиосигнала в присутствии шумовой помехи.

Модель входной смеси $x(t, \lambda) = u_c(t, \lambda) + u_{ш}(t)$ и напряжения ГУН $y(t, \hat{\lambda})$ постулируем в виде (6.69) из примера 6.1. Это позволяет нам в качестве модели статистического эквивалента в схеме на рис. 7.7 взять схему на рис. 6.16,б.

Используя выходное напряжение $Z(\varepsilon, t)$ модели, найдем аналитическое выражение для управляющего напряжения $u_y(t)$ в схе-

ме на рис. 7.2,а:

$$u_y(t) = L_{\Phi} \{z(\varepsilon, t) = K(t)[\xi(t) + z_c(\varepsilon, t)]\} =$$

$$= \int_0^{\infty} z(\varepsilon, t - \tau) h(t, \tau) d\tau, \quad (7.16)$$

где $h(t, \tau)$ — импульсная характеристика сглаживающей цепи;

$$K(t) = 0,5K_{\text{ПМ}}E_{\Gamma}(t). \quad (7.17)$$

Целесообразно ввести коэффициент передачи сглаживающей цепи на постоянном токе K_{Φ} и определить нормированную импульсную характеристику

$$h_N(t, \tau) = h(t, \tau)/K_{\Phi}. \quad (7.18)$$

Тогда

$$w(t) = su_y(t) = \frac{d\hat{\lambda}(t)}{dt} = \int_0^{\infty} v(t - \tau) h_N(t, \tau) d\tau, \quad (7.19)$$

где

$$v(t) = K_{\Phi\text{АП}}E_{\Gamma}(t)z_N(\varepsilon, t), \quad (7.20)$$

и в соответствии со схемой на рис. 7.2,а введен нормированный выходной эффект статистического эквивалента

$$z_N(\varepsilon, t) = z(\varepsilon, t)/K(t) = z_c(\varepsilon, t) + \xi(t). \quad (7.21)$$

В петле ФАП введен также полный коэффициент передачи

$$K_{\Phi\text{АП}} = 0,5K_{\text{ПМ}}K_{\Phi}. \quad (7.22)$$

Соединив схему на рис. 6.17 с моделью ГУН (§ 7.3) и учитывая формулы (7.18)—(7.22), получим полную математическую модель ФАП, которая показана на рис. 7.9.

Полученная модель является достаточно строгой и учитывает нестационарные влияния сигнала ошибки $\varepsilon(t)$ на статистические характеристики эквивалентных шумов в петле слежения. Существующие модели [8] обычно приводятся без учета этого важного влияния.

Составим систему интегродифференциальных уравнений, описывающих математическую модель ФАП на рис. 7.9. Используя временной метод анализа, находим

$$\varepsilon'(t) = \Delta\omega_0 + \lambda'(t) - \psi'_{\Gamma 0}(t) - w(t), \quad (7.23a)$$

$$w(t) = \int_0^{\infty} v(t - \tau) h_N(t, \tau) d\tau = \int_{-\infty}^t v(\tau) h_N(t, t - \tau) d\tau; \quad (7.23б)$$

$$v(t) = K_{\Phi\text{АП}}E_{\Gamma}(t)z_N(\varepsilon, t), \quad (7.23в)$$

$$z_N(\varepsilon, t) = z_c(\varepsilon, t) + \xi(t), \quad z_c(\varepsilon, t) = E_c(t)\sin \varepsilon(t); \quad (7.23г)$$

$$\xi(t) = \xi(\varepsilon, t) = \xi_s(t)\sin \varepsilon(t) + \xi_c(t)\cos \varepsilon(t); \quad (7.23д)$$

$$\varepsilon(t) = \lambda(t) - \lambda_{\Gamma}(t) = \lambda(t) - \hat{\lambda}(t) + \Delta\omega_0 t - \psi_{\Gamma 0}(t) + \pi/2. \quad (7.23е)$$

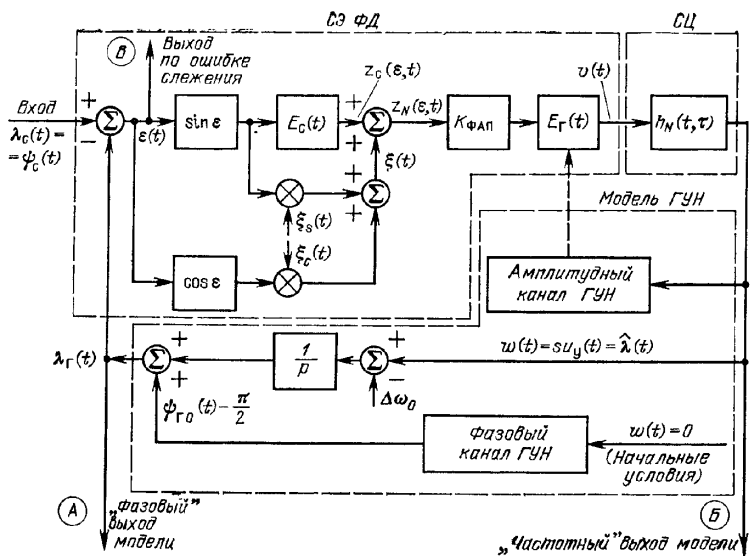


Рис. 7.9.

При моделировании на ЭВМ следует иметь в виду следующие замечания.

1. Входом модели следует считать фазовую модуляцию входного радиосигнала

$$\lambda(t) = \psi_c(t). \quad (7.24)$$

2. Выходом модели ФАП можно считать (в зависимости от потребности): «фазовый» выход (выход А на рис. 7.9)

$$\lambda_\Gamma(t) = \hat{\lambda}(t) + [\psi_{\Gamma 0}(t) - \pi/2 - \Delta\omega_0 t] = \lambda(t) - \varepsilon(t); \quad (7.25)$$

«частотный» выход (выход Б)

$$\omega(t) = su_y(t) = \frac{d}{dt} [\hat{\lambda}(t)], \quad (7.26)$$

выход по ошибке слежения за полной фазой (выход В)

$$\varepsilon(t) = \lambda(t) - \hat{\lambda}(t) - [\psi_{\Gamma 0}(t) - \pi/2 - \Delta\omega_0 t], \quad (7.27)$$

обычно ошибка $\Delta v(t) = \psi_{\Gamma 0} t - \pi/2 - \Delta\omega_0 t$ весьма мала (в установившемся режиме слежения) и на фазовом выходе

$$\lambda_\Gamma(t) \approx \hat{\lambda}(t) = \lambda(t) - \varepsilon(t), \quad (7.28)$$

что свидетельствует о том, что слежение идет за фазой сигнала $\lambda(t) = \psi_c(t)$.

3. В качестве исходных данных моделирования приходится использовать: амплитудную модуляцию радиосигнала $E_c(t)$; начальную расстройку $\Delta\omega_0 = \omega_{\Gamma 0} - \omega_c$; коэффициент передачи петли ФАП $K_{\text{ФАП}}$; статистические параметры эквивалентных шумов $\xi_s(t)$, $\xi_c(t)$ (спектральную плотность $G_{\xi_s} = G_{\xi_c} = 2G_{\text{ш}}(f_c)$), генерируемых в ЭВМ от датчика нормальных случайных чисел; параметры дифференциальных уравнений модели ГУН, с помощью которых вычисляются флюктуации $E_\Gamma(t)$ и $\psi_{\Gamma 0}(t)$; импульсную характеристику сглаживающей цепи $h_N(t, \tau)$.

Дифференциальное уравнение математической модели на рис. 7.9 можно получить из системы (7.23) следующим способом.

Пусть сглаживающая цепь с нестационарной импульсной характеристикой $h_N(t, \tau)$ описывается дифференциальным линейным уравнением с переменными коэффициентами

$$\sum_{i=0}^n a_{iN}(t) \omega^{(i)}(t) = \sum_{k=0}^m b_{kN}(t) v^{(k)}(t). \quad (7.29)$$

По определению импульсной характеристики, если на вход сглаживающей цепи подать сигнал в виде δ -функции Дирака $v(t) = \delta(t - \tau)$, то выходная реакция будет $\omega(t) = h_N(t, t - \tau)$, так что

$$\sum_{i=0}^n a_{iN}(t) h_N^{(i)}(t, t - \tau) = \sum_{k=0}^m b_{kN}(t) \delta^{(k)}(t - \tau), \quad (7.30)$$

где производные взяты по времени t .

Используем уравнение (7.23а) и составим производные высших порядков, считая для общности $\Delta\omega_0 = \Delta\omega_0(t)$ функцией времени [если $\omega_c = \omega_c(t)$],

$$\begin{aligned} e^{(1)} &= \Delta\omega_0 - \mu^{(1)} - \omega, \\ e^{(2)} &= \Delta\omega_0^{(1)} - \mu^{(2)} - \omega^{(1)}, \\ e^{(i+1)} &= \Delta\omega_0^{(i)} - \mu^{(i+1)} - \omega^{(i)}. \end{aligned} \quad (7.31)$$

Здесь

$$\mu = \mu(t) = \psi_{\Gamma 0}(t) - \lambda(t) = \psi_{\Gamma 0}(t) - \psi_c(t). \quad (7.32)$$

Умножая левые части уравнений (7.31) на коэффициенты $a_{iN}(t)$ и суммируя, получаем:

$$\sum_{i=0}^n a_{iN}(t) e^{(i+1)}(t) = \sum_{i=0}^n a_{iN}(t) \Delta\omega_0^{(i)}(t) - G(t) - \sum_{i=0}^n a_{iN}(t) \mu^{(i+1)}(t), \quad (7.33)$$

где

$$\begin{aligned} G(t) &= \sum_{i=0}^n a_{iN}(t) \omega^{(i)}(t) = \sum_{i=0}^n a_{iN}(t) \int_{-\infty}^t v(\tau) h_N^{(i)}(t, t - \tau) d\tau = \\ &= \int_{-\infty}^t v(\tau) \sum_{i=0}^n a_{iN}(t) h_N^{(i)}(t, t - \tau) d\tau = \int_{-\infty}^t v(\tau) \sum_{k=0}^m b_{kN}(t) \delta^{(k)}(t - \tau) d\tau. \end{aligned}$$

Используя свойство δ -функции Дирака

$$\int_{-\infty}^{\infty} v(\tau) \delta^{(k)}(t - \tau) d\tau = \frac{d^k}{dt^k} \int_{-\infty}^{\infty} v(\tau) \delta(t - \tau) d\tau = v^{(k)}(t),$$

получаем:

$$G(t) = \sum_{k=0}^m b_{kN}(t) v^{(k)}(t). \quad (7.34)$$

Подставив (7.34) в (7.33), получим:

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^n a_{iN}(t) \epsilon^{(i+1)}(t) &= \sum_{i=0}^n a_{iN}(t) \Delta \omega_0^{(i)}(t) - \\ - \sum_{i=0}^n a_{iN}(t) \mu^{(i+1)}(t) &- \sum_{k=0}^m b_{kN}(t) v^{(k)}(t). \end{aligned} \quad (7.35)$$

Используя формулы (7.23в)—(7.23д), получаем окончательное дифференциальное уравнение петли на рис. 7.9:

$$\begin{aligned} &\sum_{i=0}^n a_{iN}(t) \frac{d^{i+1}}{dt^{i+1}} [\epsilon(t)] + \\ &+ K_{\Phi \text{АП}} \sum_{k=0}^m b_{kN}(t) \frac{d^k}{dt^k} \{E_{\Gamma}(t) [(E_c(t) + \xi_s(t)) \sin \epsilon(t) + \xi_c(t) \cos \epsilon(t)]\} = \\ &= \sum_{i=0}^n a_{iN}(t) \frac{d^i}{dt^i} [\Delta \omega_0(t)] - \sum_{i=0}^n a_{iN}(t) \frac{d^{i+1}}{dt^{i+1}} [\Psi_{\Gamma 0}(t)] + \\ &+ \sum_{i=0}^n a_{iN}(t) \frac{d^{i+1}}{dt^{i+1}} [\lambda(t)]. \end{aligned} \quad (7.36)$$

Здесь «внешними возмущениями» следует считать величины $\Delta \omega_0(t)$, $\lambda(t)$, $\Psi_{\Gamma 0}(t)$, $\xi_s(t)$, $\xi_c(t)$, амплитуду сигнала $E_c(t)$ и гетеродина $E_{\Gamma}(t)$. Под эти возмущения и обрабатывается сигнал слежения $\epsilon(t)$.

Литература: *Основная* [2, 3, 6, 8, 16, 19, 20, 22, 23, 25, 29, 30, 32], *дополнительная* [1, 9, 10, 17, 18, 21, 24, 33—38].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуткин Л. С. Современная радиоэлектроника и ее проблемы.— 2-е изд.— М.: Сов. радио, 1980.— (Б-ка радиоинженера «Современная радиоэлектроника», вып. 17).
2. Большаков И. А., Гуткин Л. С., Левин Б. Р., Стратонович Р. И./ Математические основы современной радиотехники— М.: Сов. радио, 1968.— (Б-ка радиоинженера «Современная радиоэлектроника», вып. 2).
3. Борисов Ю. П. Математическое моделирование радиосистем.— М.: Сов. радио, 1976.
4. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы.— 3-е изд.— М.: Сов. радио, 1977.
5. Зиновьев А. Л., Филиппов Л. И. Введение в теорию сигналов и цепей.— 2-е изд.— М.: Высшая школа, 1975.
6. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике.— М.: Сов. радио, 1971.
7. Давенпорт В. Б., Рут В. Л. Введение в теорию случайных сигналов и шумов.— М.: ИЛ, 1960.
8. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника.— 2-е изд.— М.: Радио и связь, 1982.
9. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники: В 3-х т.— М.: Сов. радио. Т. 1, 1966; Т. 2, 1975; Т. 3, 1976.
10. Стратонович Р. Л. Избранные вопросы теории флуктуаций в радиотехнике.— М.: Сов. радио, 1961.
11. Евтянов С. И. Переходные процессы в приемно-усилительных схемах.— М.: Связьиздат, 1948.
12. Райс С. О. Теория флуктуационных шумов.— В кн.: Теория передачи электрических сигналов при наличии помех.— М.: ИЛ, 1953.
13. Бунимович В. И. Флуктуационные процессы в радиоприемных устройствах.— М.: Сов. радио, 1951.
14. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи. В 2-х т.: Пер. с англ./ Под ред. Б. Р. Левина.— М.: Сов. радио, 1961—1962.
15. Миддлтон Д. Очерки теории связи.— М.: Сов. радио, 1966.
16. Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления.— М.: Физматгиз, 1960.
17. Казаков И. Б., Доступов Б. Г. Статистическая динамика нелинейных автоматических систем.— М.: Физматгиз, 1962.
18. Первозванский А. А. Случайные процессы в нелинейных автоматических системах.— М.: Физматгиз, 1962.
19. Большаков И. А., Репин В. Г. Вопросы нелинейной фильтрации.— Автоматика и телемеханика, 1961, № 4.
20. Вопросы статистической теории радиолокации: В 2-х т./ Под ред. Тартаковского.— М.: Сов. радио, 1963—1964.
21. Максимов М. В. Помехоустойчивость многоканальных командных радиолиний управления.— М.: Сов. радио, 1970.
22. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. В 3-х т.: Пер. с англ./ Под ред. В. И. Тихонова.— М.: Сов. радио, Т. 1, 1972; Т. 2, 1975; Т. 3, 1977.
23. Витерби Э. Д. Принципы когерентной связи: Пер. с англ./ Под ред. Б. Р. Левина.— М.: Сов. радио, 1970.
24. Леонов А. И., Фомичев К. И. Моноимпульсная радиолокация.— 2-е изд.— М.: Сов. радио, 1984.

25. **Кривицкий Б. Х.** Автоматические системы радиотехнических устройств. — М.: Госэнергоиздат, 1962.
26. **Цветнов В. В.** Статистические свойства сигналов и помех в двухканальных фазовых системах. — Радиотехника, 1957, т. 12, № 5.
27. **Цветнов В. В.** Безусловные статистические характеристики разности фаз двух гауссовых случайных процессов. — Радиотехника и электроника, 1969, т. 14, № 1.
28. **Цветнов В. В.** Безусловные статистические характеристики сигналов и некоррелированных гауссовых помех в двухканальных фазовых системах. — Радиотехника и электроника, 1969, т. 14, № 12.
29. **Клэппер Дж., Фрэнкл Дж.** Системы фазовой и частотной автоподстройки частоты. — Пер. с англ./ Под ред. А. Ф. Фомина. — М.: Энергия, 1977.
30. **Шахгильдян В. В., Ляховкин А. А.** Системы фазовой автоподстройки частоты. — 2-е изд. М.: Связь, 1972.
31. **Кремер И. Я., Владимиров В. И., Карпухин В. И.** Модулирующие помехи и прием радиосигналов. — М.: Сов. радио, 1972.
32. **Линдсей В.** Системы синхронизации в связи и управлении: Пер. с англ./ Под ред. Ю. Н. Бакаева и М. В. Карпанова. — М.: Сов. радио, 1978.
33. **Ильин В. И.** Основы автоматизации схемотехнического проектирования — М.: Энергия, 1979.
34. **Радиоуправление реактивными снарядами и космическими аппаратами/ Под ред. Л. С. Гуткина.** — М.: Сов. радио, 1968.
35. **Моделирование в радиолокации/ Под ред. А. И. Леонова.** — М.: Сов. радио, 1979.
36. **Конторов Д. С., Голубев-Новожилов Ю. С.** Введение в радиолокационную системотехнику. — М.: Сов. радио, 1971.
37. **Джон М. Смит.** Математическое и цифровое моделирование для инженеров и исследователей: Пер. с англ./ Под ред. О. А. Чембровского. — М.: Машиностроение, 1980.
38. **Поляк Ю. Г.** Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах. — М.: Сов. радио, 1971.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
1. Общие принципы математического моделирования радиосистем	5
1.1. Процедура математического моделирования	5
1.2. Особенности радиосистемы как объекта изучения методами моделирования на ЭВМ	8
1.3. Формальное описание радиосистем	10
1.4. Задачи моделирования радиосистем на ЭВМ. Критерии оценки качества решения	16
2. Математические основы моделирования радиосистем	21
2.1. Основные правила формального описания сложных радиосистем	21
2.2. Иерархическая структура и способы декомпозиции радиосистем	23
2.3. Формальное описание комплексов на уровне радиосистем	26
2.4. Формальное описание радиосистем на уровне радиоканалов	32
2.5. Формальное описание радиосистем и радиоканалов на уровне устройств	37
2.6. Формальное описание радиоустройств на уровне функциональных звеньев	42
2.7. Принципы и организация моделирования радиосистем на цифровых ЭВМ	45
3. Методы построения математических моделей радиосистем	58
3.1. Основные принципы перехода от формального описания к математическим моделям	58
3.2. Классификация методов построения математических моделей радиосистем	63
3.3. Методы математического описания функциональных звеньев радиосистем и радиоустройств	67
3.4. Методы математического описания сигналов и помех	74

4. Метод несущей	81
4.1. Математические модели элементов радиосистем и радиоустройств на основе принципиальных схем	81
4.2. Математические модели элементов радиосистем и радиоустройств на основе функциональных схем	88
5. Метод комплексной огибающей	96
5.1. Математическое описание комплексных огибающих сигналов и помех	97
5.2. Математическое описание линейных радиозвеньев	100
5.3. Математическое описание безынерционных нелинейных радиозвеньев	108
5.4. Математическое описание инерционных нелинейных радиозвеньев	114
5.5. Математические модели элементов радиосистем и радиоустройств на основе принципиальных схем	117
5.6. Математические модели радиосистем и радиоустройств на основе функциональных схем	121
6. Метод статистических эквивалентов	136
6.1. Построение эквивалентов методом статистической линеаризации	137
6.2. Построение эквивалентов методом гармонической статистической линеаризации	143
6.3. Построение статистических эквивалентов методом генерации	149
6.4. Построение статистических эквивалентов методом фильтрации информационного параметра	150
6.5. Эквиваленты дискриминаторов при отсутствии помех	155
6.6. Статистические эквиваленты дискриминаторов в присутствии неинформативных помех	157
6.7. Статистические эквиваленты дискриминаторов в присутствии информативных помех	160
7. Метод информационного параметра	162
7.1. Задачи, решаемые методом информационного параметра	162
7.2. Сущность метода информационного параметра	167
7.3. Математические модели генератора, управляемого напряжением	168
7.4. Пример математического моделирования радиосистем и радиоустройств методом информационного параметра	170
Список литературы	175