

Многоскоростные системы ЦОС

f_d, T — частота и период дискретизации *входного* сигнала системы интерполяции (децимации);

$x(nT), x(n)$ — *входной* сигнал системы интерполяции (децимации) в реальном и нормированном ($T = 1$) времени;

f_d^y, T_y — частота и период дискретизации *выходного* сигнала системы интерполяции (децимации);

$y(n_y T_y), y(n_y)$ — *выходной* сигнал системы интерполяции (децимации) в реальном и нормированном ($T_y = 1$) времени.

Однократные системы интерполяции

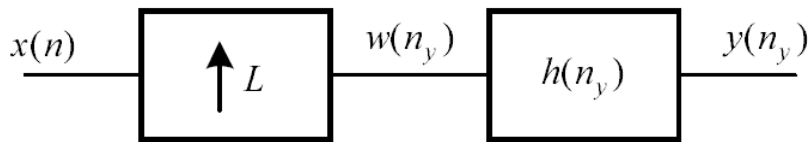


Рис. 1 Однократная система интерполяции

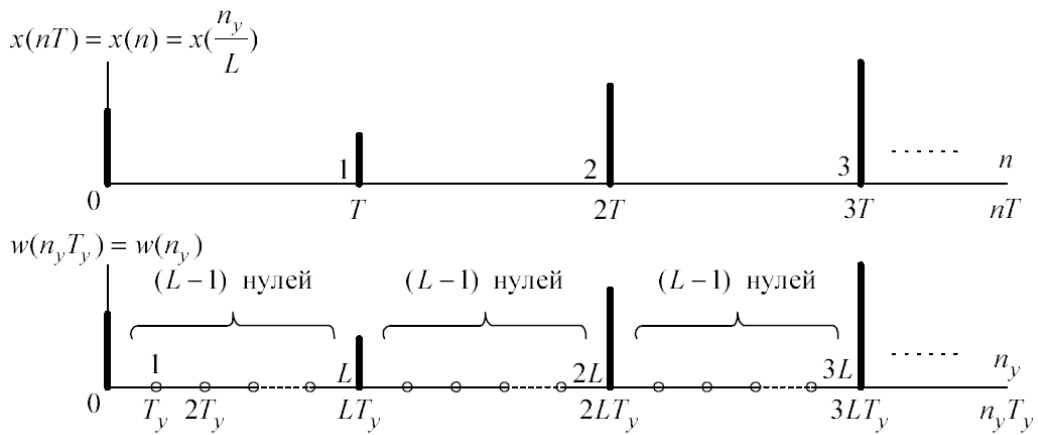


Рис. 2. Входной и выходной сигналы экспандера

$$w(n_y) = \begin{cases} x\left(\frac{n_y}{L}\right), & n_y = 0, L, 2L, \dots; \\ 0 & \text{при других } n_y. \end{cases}$$

$$X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} x(n) z^{-n};$$

$$W(z) = \sum_{n_y=0}^{\infty} w(n_y) z^{-n_y}.$$

$$W(z) = \sum_{n_y=0, L, 2L, \dots}^{\infty} x\left(\frac{n_y}{L}\right) z^{-n_y},$$

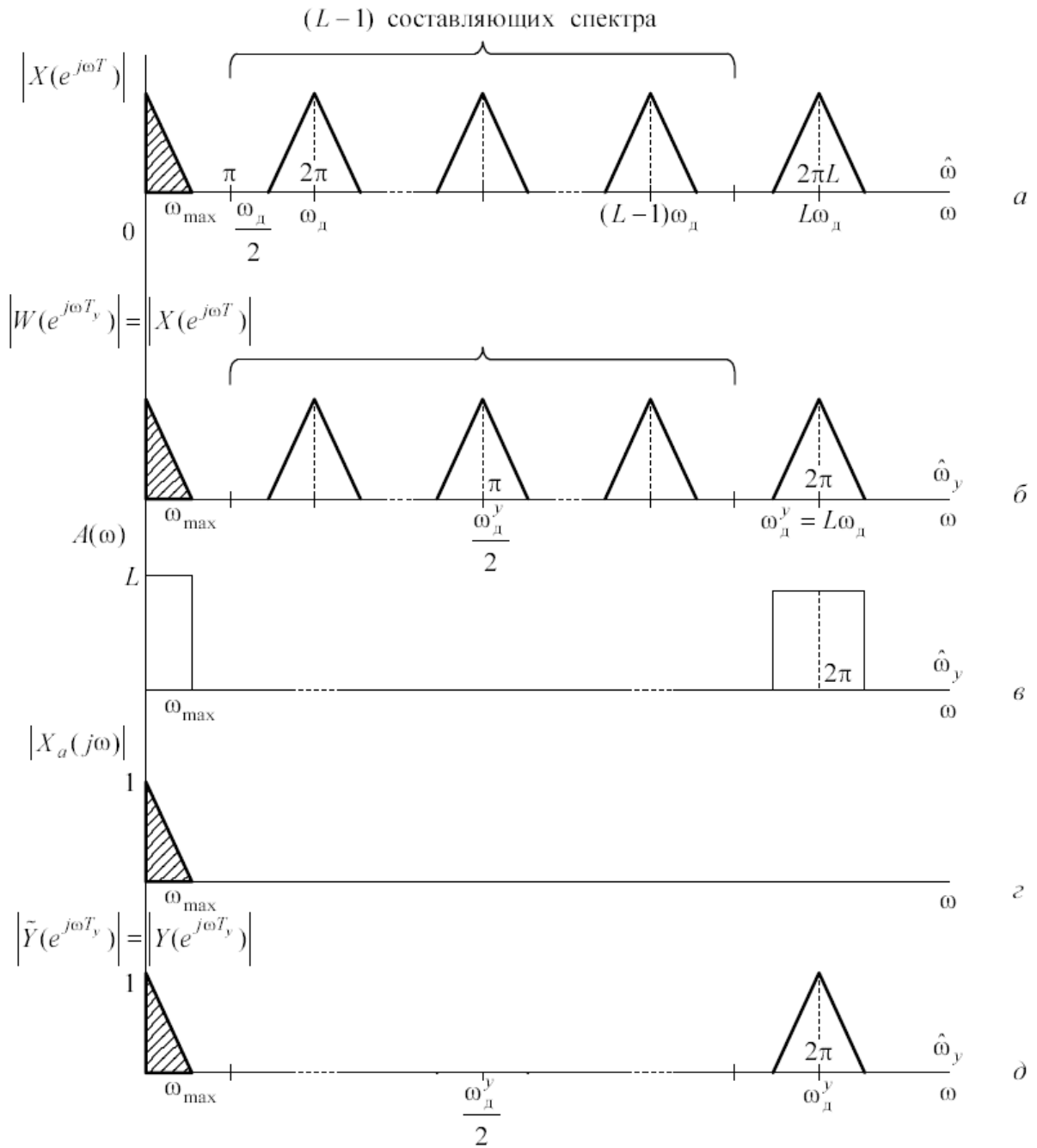


Рис. 3. Частотная интерпретация процедуры интерполяции:

Однократные системы децимации

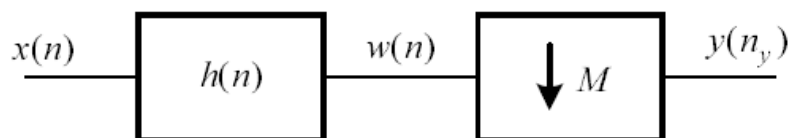


Рис. 4. Однократная системы децимации

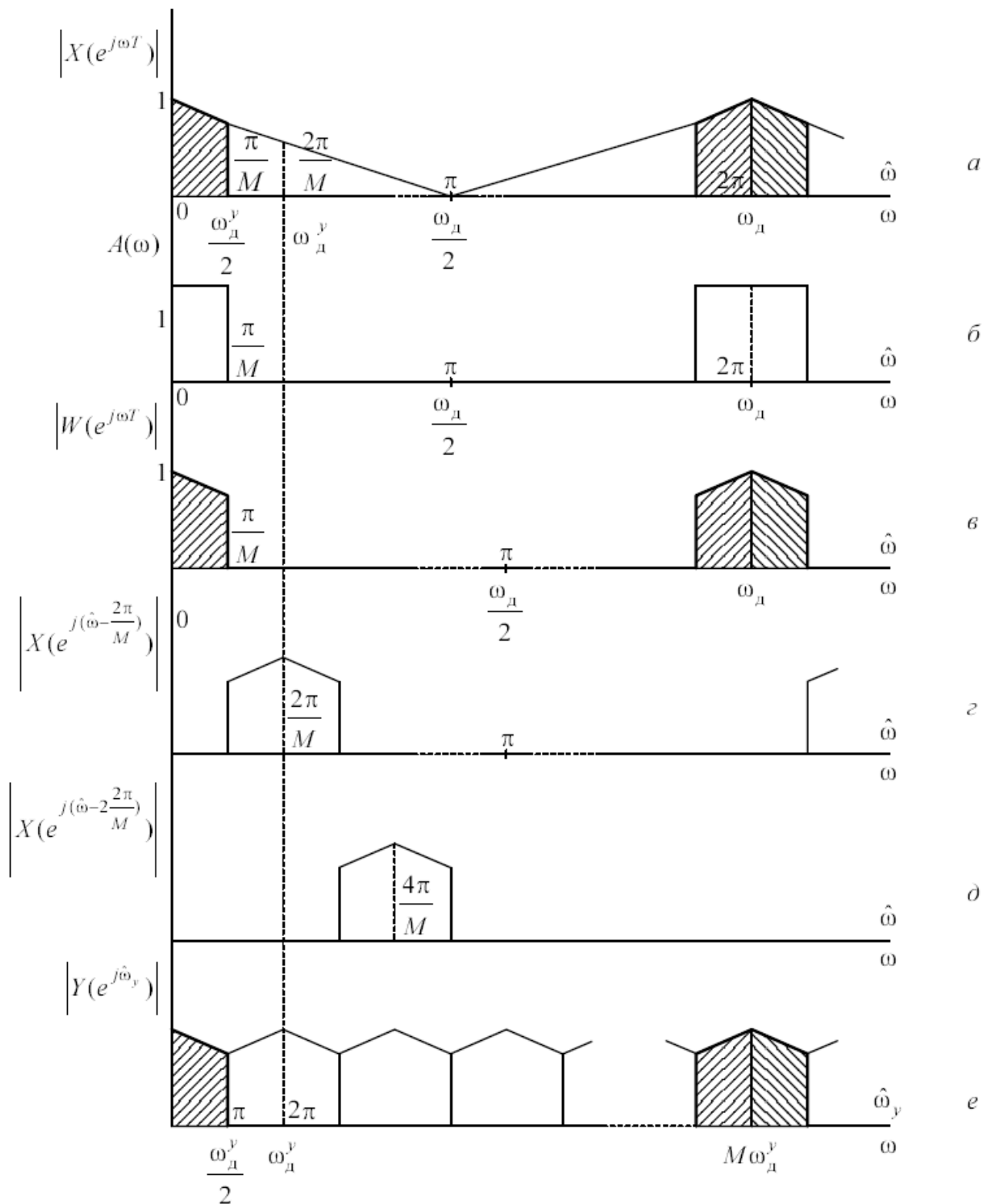


Рис. 5. Частотная интерпретация процедуры децимации: амплитудные спектры входного (а), промежуточного (б) и выходного (е) сигналов; идеальная АЧХ (б); амплитудные спектры входного сигнала при $k = 1$ (г) и $k = 2$ (д)

$$Y(e^{j\hat{\omega}_y}) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} e^{j\varphi\left(\hat{\omega} - \frac{2\pi k}{M}\right)} X \left[e^{j\left(\hat{\omega} - \frac{2\pi k}{M}\right)} \right],$$

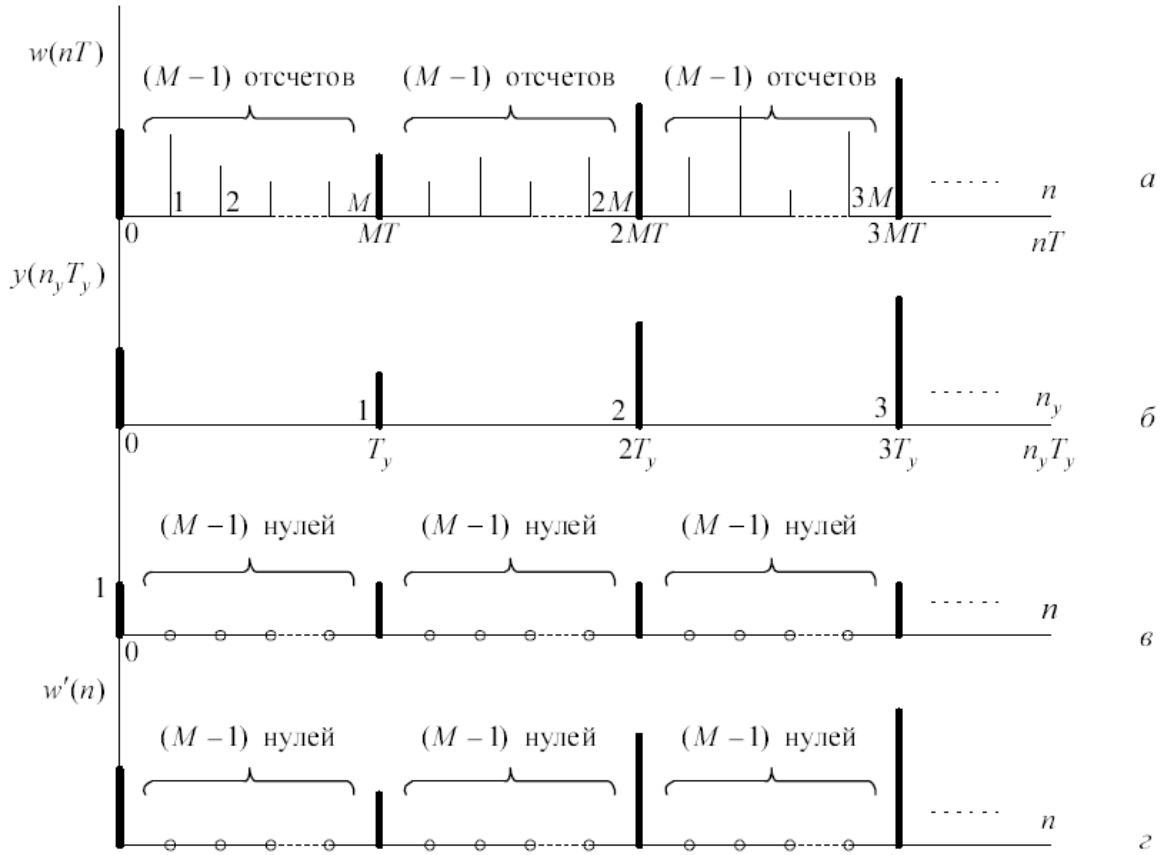


Рис. 6. Формирование выходного сигнала в системе децимации: промежуточный (а), выходной (б) и вспомогательный (г) сигналы; периодическая последовательность единиц и нулей (в)

$$y(n_y) = w(Mn_y), \quad n_y = 0, 1, 2, \dots$$

$$y(n_y) = \sum_{m=0}^{\infty} h(m) x(Mn_y - m).$$

$$w'(n) = w(n) \left\{ \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} e^{j\frac{2\pi}{M}nk} \right\}. \quad Y(z) = \sum_{n_y=0}^{\infty} w'(Mn_y) z^{-n_y}.$$

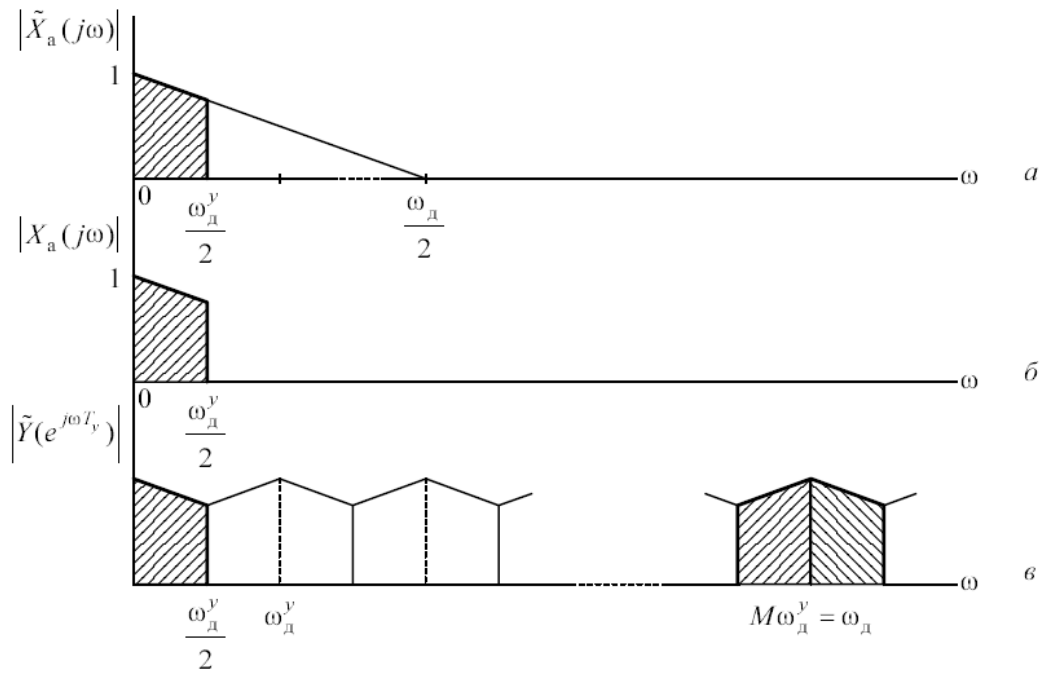


Рис. 7. Непосредственная дискретизация аналогового сигнала: амплитудные спектры исходного аналогового (а), с дополнительным ограничением спектра (б) и дискретного (в) сигналов

Полифазная структура систем интерполяции

Передаточные функции субфильтров имеют вид:

$$H_0(z^L) = h_0 + h_L z^{-L} + \dots + h_{(G-1)L} z^{-(G-1)L};$$

$$H_1(z^L) = h_1 + h_{1+L} z^{-L} + \dots + h_{1+(G-1)L} z^{-(G-1)L};$$

...

$$H_{L-1}(z^L) = h_{L-1} + h_{(L-1)+L} z^{-L} + \dots + h_{(L-1)+(G-1)L} z^{-(G-1)L}.$$

На выходе субфильтров формируются следующие группы последовательностей:

$$k = 0 \quad y_0, y_L, y_{2L}, \dots$$

$$k = 1 \quad y_1, y_{1+L}, y_{1+2L}, \dots$$

...

$$k = (L - 1) \quad y_{L-1}, y_{(L-1)+L}, y_{(L-1)+2L}, \dots$$

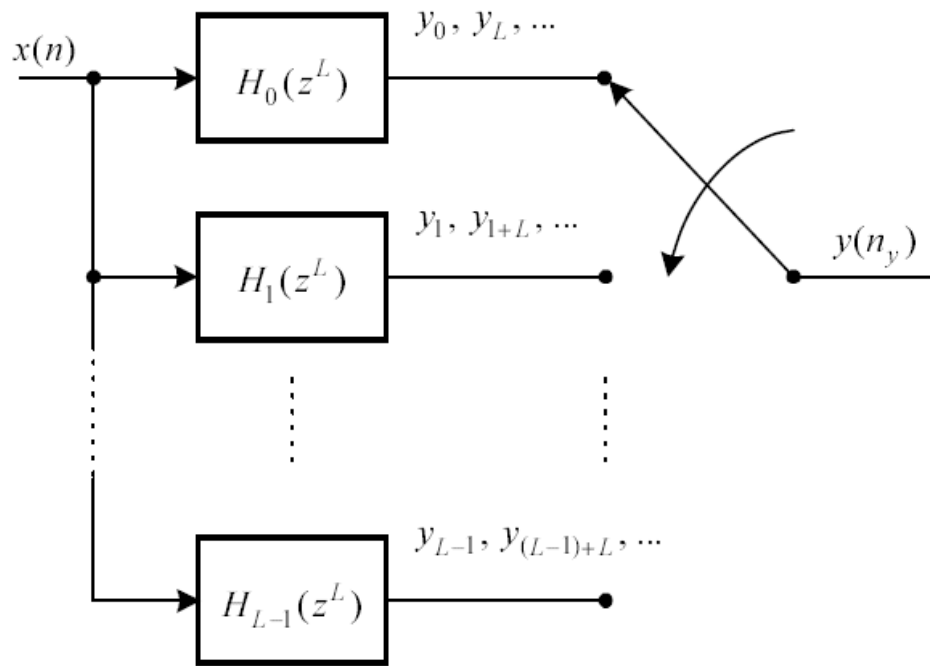
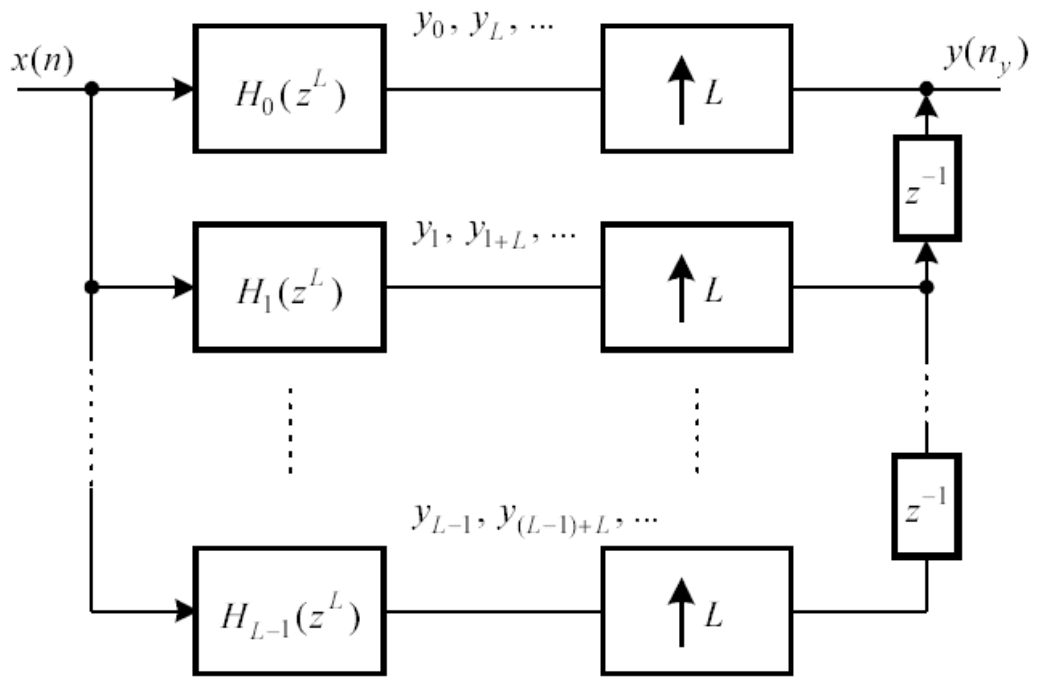


Рис. 8. Полифазная структура системы интерполяции (*a*) и ее коммутационная модель (*б*)

Полифазная структура систем децимации

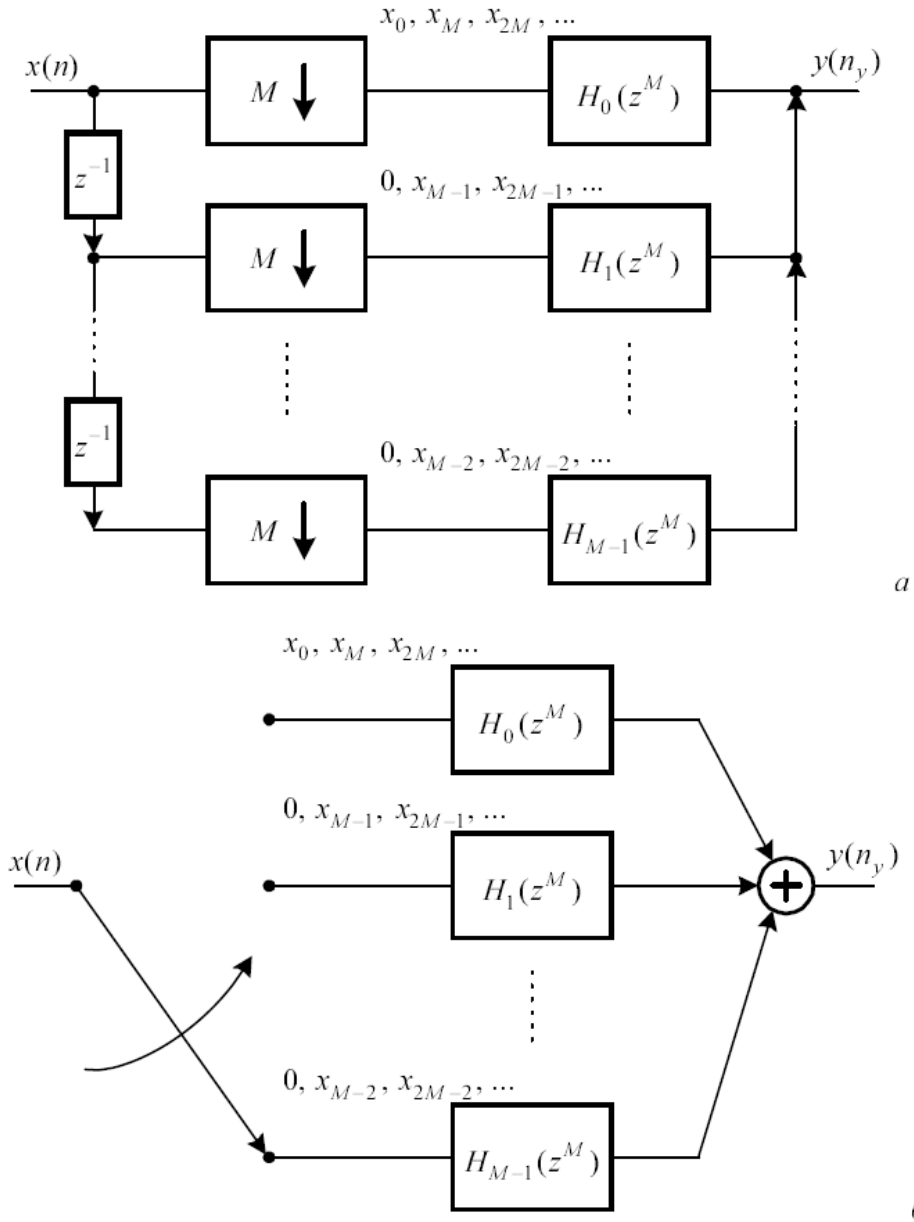


Рис. 9. Полифазная структура системы децимации (а) и ее коммутационная модель (б)

$$\begin{aligned}
 k = 0 & \quad \{h_0, h_M, h_{2M}, \dots, h_{(G-1)M}\}; \\
 k = 1 & \quad \{h_1, h_{1+M}, h_{1+2M}, \dots, h_{1+(G-1)M}\}; \\
 & \quad \dots \\
 k = (M-1) & \quad \{h_{M-1}, h_{(M-1)+M}, h_{(M-1)+2M}, \dots, h_{(M-1)+(G-1)M}\}.
 \end{aligned}$$

Для того чтобы все субфильтры имели одинаковую длину, длина фильтра-прототипа должна выбираться из условия: $G = N/M$ — целое число.